

Cercetari de excelenta in domeniul structurii nucleare si a dezintegrarii beta dubla

Etapa finala, 2010

Sinteza lucrarii

I. DEZINTEGRAREA BETA DUBLA PE STARI EXCITATE IN NUCLEE DEFORMATE.

Majoritatea nucleelor cunoscute a efectua tranzitii beta dubla cu doi neutrini in strarea finala au paturi deschise fie in protoni fie in neutroni fie si in protoni si in neutroni. Din aceasta cauza formele de echilibru ale acestor nuclee sunt diferite de cea sferica. Din aceasta cauza o descriere realista a ratelor de dezintegrare beta duble pentru astfel de nuclee impune folosirea unei baze de functii uni-particula deformate. Lucrarile Prof. A. A. Raduta din prima jumătate a decadei trecute sunt lucrari de pionerat in acest domeniu. Intr-adevar baza de functii uniparticula este o baza de functii sferice ce se obtin prin proiectia momentului unghiular dintr-un set de functii deformate. Setul de functii utilizat are proprietatea ca depinde de un parametru real care simuleaza deformarea nucleara. Cand acest parametru tinde catre zero setul de functii tinde catre baza de functii de model in paturi sferic. Cand parametrul de deformare este diferit de zero aspectele principale a le functiilor uniparticula descrise in modelul Nilsson sunt reproduse. Hamiltonianul model este un Hamiltonian de interactie particula miez invariant la rotatii. Mediile acestuia pe functiile proiectate sunt functii de parametrul de deformare. Dependenta acestor medii, ce aproximeaza energiile uni-particula, de parametrul de deformare este similara cu cea corespunzatoare modelului Nilsson. Elementele de matrice ale unui operator uniparticula pe aceste functii se scriu in forma compacta fiind factorizate astfel. Un factor poarta dependenta de parametrul de deformare in timp ce celalalt consta in elementul de matrice in baza de model in paturi sferic. Intr-o lucrare anterioara [4] aceasta baza de functii sferice proiectate dintr-o baza deformata, a fost folosita pentru descrierea starilor magnetice de tip scissors si de spin. Se stie ca starile de tip scissors apar exclusiv in nuclee deformate. Toate proprietatile esentiale ale acestor stari magnetice colective au fost descrise cantitativ folosind baza de functii proiectate. Mai mult in lucrarea citata s-a descris un algoritm de folosire a acestei baze in calcule pentru sisteme de mai multe corpuri. Acest succes reprezinta un motiv serios sa incercam sa folosim aceasta baza pentru procesul dezintegrarii beta dubla.

In cele ce urmeaza vom da cateva detalii asupra formalismului elaborat in scopul descrierii unitare a nucleelor dezintegrabile beta dublu, avand diferite forme nucleare. Functiile uniparticula sunt obtinute prin proiectia momentului unghiular dintr-o functie deformata ce descrie un sistem particula-miez:

$$\Psi_{nlj}^{pc} = |nljm\rangle \Psi_g. \quad (1.1)$$

unde $|nljm\rangle$ reprezinta o functie de model in paturi sferic iar Ψ_g o functie deformata ce descrie un miez fenomenologic in termeni de bozoni cvadrupolari ($b_{2\mu}^\dagger$).

Aplicand asupra acestei functii deformate operatorul de proiectie

$$P_{MK}^I = \frac{2I+1}{8\pi^2} \int D_{MK}^I{}^*(\Omega) \hat{R}(\Omega) d\Omega. \quad (1.2)$$

se obtine un set de functii ce au simetrie buna fata de rotatii. Din acest set se poate selecta o baza ortonormata:

$$\Phi_{nlj}^{IM}(d) = \mathcal{N}_{nlj}^I P_{MI}^I[|nljI\rangle \Psi_g] \equiv \mathcal{N}_{nlj}^I \Psi_{nlj}^{IM}(d). \quad (1.3)$$

Proprietatile definatorii pentru functiile construite sunt descrise in extenso in lucrarea citata mai sus.

Cu aceasta baza de functii au fost studiate procesele de dezintegrare beta dubla cu proprietatea ca nucleele mama si fiica au deformari diferite.

Ingredientele principale ale modelului sunt urmatoarele:

i) Contributia tranzitiilor Fermi se neglijeaza. Sunt deci considerate numai tranzitiile Gamow-Teller.

ii) Ca de obicei, dezintegrarea beta dubla este conceputa ca constand din doua dezintegrari beta minus simple, virtuale.

Prima tranzitie transforma sistemul par-par (Z,N) intr-un sistem impar impar $(Z+1,N-1)$, aflat intr-o stare dipolara 1^+ . In a doua tranzitie starea mentioata mai sus se dezintegreaza in starea finala, care este starea fundamentala a nucleului fiica.

iii) Hamiltonianul model ce descrie starile implicate in proces este Hamiltonianul many-body:

$$H = \sum \frac{2}{2I+1} (\epsilon_{\tau\alpha I} - \lambda_{\tau\alpha}) c_{\tau\alpha IM}^\dagger c_{\tau\alpha IM} - \sum \frac{G_\tau}{4} P_{\tau\alpha I}^\dagger P_{\tau\alpha I} + 2\chi \sum \beta_\mu^-(pn) \beta_{-\mu}^+(p'n') (-)^\mu - 2\chi_1 \sum P_{1\mu}^- (pn) P_{-\mu}^+ (p'n') (-)^\mu. \quad (1.4)$$

Operatorul $c_{\tau\alpha IM}^\dagger (c_{\tau\alpha IM})$ creaza (anihileaza) o particula de tipul τ ($=p,n$) in starea Φ_α^{IM} , cand actioneaza asupra starii de vid $|0\rangle$. Acest Hamiltonian este tratat mai intai in formalismul BCS, iar corelatiile intre cvasiparticule sunt studiate in cadrul aproximatiei pnQRPA.

La aceasta etapa se defineste un operator

$$\Gamma_{1\mu}^\dagger = \sum_k [X(k) A_{1\mu}^\dagger(k) - Y(k) A_{1,-\mu}(k) (-)^{1-\mu}], \quad (1.5)$$

care satisface restrictiile:

$$[\Gamma_{1\mu}, \Gamma_{1\mu'}^\dagger] = \delta_{\mu,\mu'}, \quad [H_{qp}, \Gamma_{1\mu}^\dagger] = \omega \Gamma_{1\mu}^\dagger. \quad (1.6)$$

Aceste ecuatii operatoriale conduc la un sistem algebric de ecuatii omogene pentru amplitudinile X si Y

$$\begin{pmatrix} \mathcal{A} & \mathcal{B} \\ -\mathcal{B} & -\mathcal{A} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} = \omega \begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix}, \quad (1.7)$$

$$\sum_k [|X(k)|^2 - |Y(k)|^2] = 1. \quad (1.8)$$

iv) Daca energia leptonului din starea intermediara este aproximata cu suma intre energia de repaos a electronului emis si jumatate din valoarea caldurii de reactie Q ce caracterizeaza procesul

De remarcat faptul ca in cazul in care starea finala ar fi o stare excitata descrisa de o stare QRPA, amplitudinea de tranzitie ar fi nula daca ne pastram la nivelul aproximatiei QRPA. Motivul pentru care se intampla acest lucru consta in aceea ca in cadrul aproximatiei QRPA, elementele de matrice nenule pentru operatorul de tranzitie beta simpla caracterizeaza starile ale caror numere de bozoni difera cu o unitate. Ideia avansata in lucrarea [4] a fost ca operatorii bi-fermionici dipolari pot fi scrisi ca serii bozonice determinate astfel incat relatiile de comutare mutuale sa fie conservate. Trunchind seriile bozonice in primul ordin al dezvoltarii, s-a ajuns la urmatoarele expresii pentru operatorii de doua cvasiparticule $A_{1\mu}^+$ si de densitate $B_{1\mu}^+$.

$$\begin{aligned} A_{1\mu}^\dagger(j_p j_n) &= \sum_{k_1} \left\{ \mathcal{A}_{k_1}^{(1,0)}(j_p j_n) \Gamma_{1\mu}^\dagger(k_1) \mathcal{A}_{k_1}^{(0,1)}(j_p j_n) \Gamma_{1-\mu}(k_1) (-)^{1-\mu} \right\} \\ &+ \sum_{k_1, k_2, k_3; l=0,2} \left\{ \mathcal{A}_{K_3 k_2 k_1}^{(3,0);l}(j_p j_n) \left[\left(\Gamma_2^\dagger(k_3) \Gamma_2^\dagger(k_2) \right)_l \Gamma_1^\dagger(k_1) \right]_{1\mu} \right. \\ &+ \left. \mathcal{A}_{K_3 k_2 k_1}^{(0,3);l}(j_p j_n) \left[\left(\Gamma_2(k_3) \Gamma_2(k_2) \right)_l \Gamma_1(k_1) \right]_{1\mu} \right\} \\ B_{1\mu}^\dagger(j_p j_n) &= \sum_{k_1 k_2} \left\{ \mathcal{B}_{k_1 k_2}^{(2,0)}(j_p j_n) \left[\Gamma_1^\dagger(k_1) \Gamma_2^\dagger(k_2) \right]_{l\mu} + \mathcal{B}_{k_1 k_2}^{(0,2)}(j_p j_n) \left[\Gamma_1(k_1) \Gamma_2(k_2) \right]_{l\mu} \right. \\ &+ \left. \mathcal{B}_{k_1 k_2}^{11;12}(j_p j_n) \left[\Gamma_1^\dagger(k_1) \Gamma_2(k_2) \right]_{l\mu} + \mathcal{B}_{k_1 k_2}^{11;2l}(j_p j_n) \left[\Gamma_1^\dagger(k_2) \Gamma_1(k_1) \right]_{l\mu} \right\} \end{aligned} \quad (1.9)$$

Mentionam faptul ca relatiile de comutare ale operatorilor bifermionici nu pot fi conservate daca in seria bozonica nu se introduc pe langa bozonii dipolari si cei cvadropolari ($\Gamma_{2\mu}^\dagger 0$). Daca bozonii dipolari descriu excitatii particula gaura proton-neutronic, cei cvadropolari descriu excitatii particula gaura de tip proton-proton sau neutron-neutron. Cu alte cuvinte daca un operator fononic dipolar actioneaza asupra starii fundamentale a unui nucleu (N,Z) functia rezultata descrie un nucleu (N-1,Z+1). Daca se efectueaza aceeaasi operatie cu un fonon cvadropolar obtinem o stare ce descrie tot nucleul (N,Z). Mecanismul de tranzitie intre starea fundamentala a nucleului mama si starea excitata 2^+ a nucleului fiica sunt reprezentate in Fig. 1.

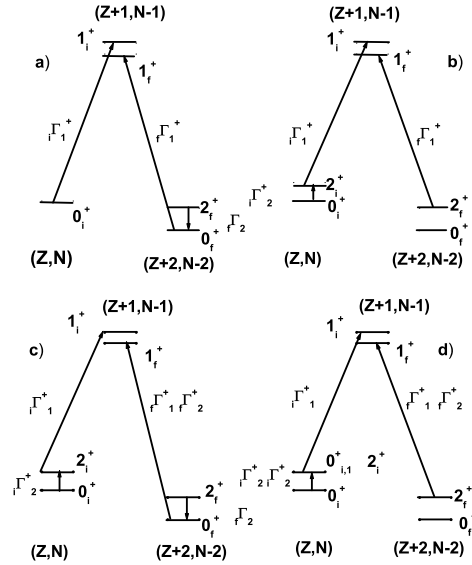


FIG. 1: Sunt ilustrate tranzitii GT pe stari 2^+ print intermediul starilor de 1,2 si trei fononi.

Operatorii de tranzitie β^\pm , fiind combinatii liniare de operatorii bifermionici de mai sus, se scriu si ei ca polinoame de gradul trei in operatorii fononici dipolari $\Gamma_{1\mu}^\dagger$ si cvadropolari $\Gamma_{2\mu}^\dagger$.

Timpul de viata al nucleului mama ce caracterizeaza tranzitia $0_i^+ \rightarrow 2_f^+$ poate fi scrisa de asemenea sub o forma factorizata

$$T_{1/2}^{2\nu}(0_i^+ \rightarrow 2_f^+)^{-1} = F_2 |M_{GT}^{(02)}|^2, \quad (1.10)$$

where F_2 este integrala Fermi ca caracterizeaza spatiul fazic asociat procesului in timp ce al doilea factor este amplitudinea de tranzitie Gamow-Teller care, in ordinul doi al teoriei perturbatiilor are expresia:

$$M_{GT}^{(02)} = \sqrt{3} \sum_{k,m} \frac{i \langle 0 | \beta^+ | k, m \rangle_i i \langle k, m | k, m \rangle_f f \langle k, m' | \beta^+ | 2_1^+ \rangle_f}{(E_{k,m} + \Delta E_2)^3} \quad (1.11)$$

Deplasarea energetica ce apare la numitor este data de

$$\Delta E_2 = \Delta E_1 - \frac{1}{2} E_{2_1^+}, \quad (1.12)$$

unde al doilea termen reprezinta valoarea experimentală a energiei stării 2^+ pe care se realizează tranzitia beta dubla.

In concluzie, obiectul studiului consta in combinatia a doua realizari anterioare: a) elaborarea unei descrieri microscopice superioare aproximatiei fazelor intamplatoare, folosind formalismul dezvoltarilor bozonice, pentru calculul ratei de dezintegrare beta dubla pe stari colective excitate. b) constructia unei baze uniparticulare care generalizeaza modelul in paturi sferic, baza ce este utila pentru descrierea unitara a nucleelor sferice si deformate.

S-au efectuat calcule numerice pentru tranzitiile beta dubla $0^+ \rightarrow 2^+$ pentru urmatoarele nuclee: ^{48}Ca , ^{76}Ge , ^{96}Zr , ^{100}Mo , ^{104}Ru , ^{110}Pd , ^{116}Cd , ^{128}Te , ^{130}Te , ^{134}Xe , ^{136}Xe . Mai intai au fost descrise excitatiile 2^+ in nucleele mama si

Nucleus	$E_{2^+}^{exp.}$ [keV]	$E_{2^+}^{th.}$ [keV]	$b^4 X_{pp}$
⁴⁸ Ca	983	983	0.0713
⁴⁸ Ti	983.52	979.02	0.0428
⁷⁶ Ge	562.93	558.88	0.0508
⁷⁶ Se	559.10	558.87	0.0652
⁹⁶ Zr	1750.49	1465.6	0.002
⁹⁶ Mo	778.24	776.8	0.0381
¹⁰⁰ Mo	535.57	534.4	0.0315
¹⁰⁰ Ru	539.5	536.1	0.0197
¹⁰⁴ Ru	358.03	358.45	0.0298
¹⁰⁴ Pd	555.81	561.83	0.0209
¹¹⁰ Pd	373.8	370.45	0.04465
¹¹⁰ Cd	657.76	662.8	0.0251
¹¹⁶ Cd	513.49	514.5	0.0305
¹¹⁶ Sn	1293.56	1179.16	0.007
¹²⁸ Te	743.22	746.12	0.01212
¹²⁸ Xe	442.91	449.58	0.01943
¹³⁰ Te	839.49	831.03	0.01212
¹³⁰ Xe	536.07	534.2	0.01728
¹³⁴ Xe	847.04	841.75	0.0200
¹³⁴ Ba	604.72	607.98	0.01756
¹³⁶ Xe	1313.027	1314.9	0.01637
¹³⁶ Ba	818.49	810.3	0.01482

TABLE I: Sunt listate energiile primelor stari 2^+ experimentale si calculate prin fitarea tarii interactiei cvadрупol-cvadрупol. Tariile interactiilor proton-proton, neutron-neutron si proton-neutron sunt considerate egale. In tabel este data valoarea obtinuta prin fit pentru X_{pp} , taria interactiei proton-proton. Cu b am notat lungimea oscilatorului.

fica. Pentru aceasta la Hamiltonianul model s-a adaugat o interactie bi-particula de tip cvadрупol-cvadрупol al carui parametru a fost fixat prin fitarea energiei starii 2^+ cea mai joasa in energie. Interactia cvadрупol-cvadрупol a fost tratata in formalismul QRPA definandu-se fononi ce nu schimba sarcina izotopica. Rezultatele sunt trecute in tabelul I. Intensitatea interactiei cvadрупol-cvadрупol pentru protoni si neutroni este notata cu $X_{pp} = X_{nn}$.

Folosind rezultatele calculelor QRPA au fost calculate amplitudinile dezvoltarilor bozonice pentru operatorul de tranzitie Gamow-Teller. Ulterior acestea au fost incluse in calculele amplitudinii de tranzitie si ai timpilor de viata. Rezultatele acestor calcule sunt listate in tabelul II.

Tot acolo sunt trebute limitele inferioare pentru timpii de viata obtinute experimental precum si rezultatele teoretice ale altor autori, obtinute prin metode diferite. Exceptand ¹²⁸Te si ¹³⁴Xe care au calduri de reactie foarte mici si prin urmare timpii de viata extrem de mari, timpii de viata ai celorlalte nuclee sunt in intervalul $10^{24} - 10^{28}$. De remarcat ca timpii de viata obtinuti de noi sunt de regula mai mari decat cei obtinuti de Suhonen folosind o baza ajustata Woods-Saxon si o metoda similara cu cea propusa de noi dar care este nejustificat numita diferit (multiple commutator method) [5]. In cazul ¹⁰⁰Mo rezultatele obtinute de noi sunt foarte apropiate de cele obtinute de Hirsch [6] cu o baza deformata SU(3).

Aceste rezultate fac obiectul unei lucrari stiintifice

Double beta decay to a single phonon excited state, A. A. Raduta si M.C. Raduta, Phys. Lett. B B647 (2007) 265.

Unified description of the double beta decay to the first quadrupole phonon state in spherical and deformed nuclei, C. M. C. M. Raduta and A. A. Raduta, Phys. Rev. C 76 (2007) 044306.

[4] A. A. Raduta, A. Escuderos, E. Moya de Guerra, Phys. Rev. **C65** (2002) 233.

[6] A. A. Raduta, A. Escuderos, A. Faessler, E. Moya de Guerra, P. Sarriguren, Phys. Rev. **c 69** (2004) 064321.

[3] A. A. Raduta, C. M. Raduta, A. Escuderos, Phys. Rev. **C71** (2005) 034317.

[4] A. A. Raduta, A. Faessler, S. Stoica, Nucl. Phys. **A534** (1991) 149-172.

Nucleus	$Q_{\beta\beta}^{2+}$ units of $m_e c^2$	$\Delta E_2 [MeV]$	$ M_{GT}^{(0\rightarrow 2)} [MeV^{-1}]$	$T_{1/2}^{(0\rightarrow 2)} [yr]$		
				present	Exp.	Suhonen
^{48}Ca	6.432	2.473	$0.901 \cdot 10^{-3}$	$1.72 \cdot 10^{24}$		
^{76}Ge	2.894	1.295	$0.558 \cdot 10^{-3}$	$5.75 \cdot 10^{28}$	$\geq 1.1 \cdot 10^{21}$	$1.0 \cdot 10^{26}$
^{96}Zr	5.033	2.913	$0.834 \cdot 10^{-3}$	$2.27 \cdot 10^{25}$	$\geq 7.9 \cdot 10^{19}$	$4.8 \cdot 10^{21}$
^{100}Mo	4.874	1.756	$0.136 \cdot 10^{-2}$	$1.21 \cdot 10^{25}$	$\geq 1.6 \cdot 10^{21}$	$3.9 \cdot 10^{24}$ <i>a)</i> $2.5 \cdot 10^{25}$ <i>b)</i> $1.2 \cdot 10^{26}$
^{104}Ru	1.456	0.883	0.028	$6.2 \cdot 10^{28}$		
^{110}Pd	2.646	1.182	0.050	$1.48 \cdot 10^{25}$		
^{116}Cd	2.967	1.269	$0.507 \cdot 10^{-2}$	$3.4 \cdot 10^{26}$	$\geq 2.3 \cdot 10^{21}$	$1.1 \cdot 10^{24}$
^{128}Te	0.836	1.305	$0.229 \cdot 10^{-2}$	$4.7 \cdot 10^{33}$	$\geq 4.7 \cdot 10^{21}$	$1.6 \cdot 10^{30}$
^{130}Te	3.902	2.358	$0.620 \cdot 10^{-3}$	$6.94 \cdot 10^{26}$	$4.5 \cdot 10^{21}$	$2.7 \cdot 10^{23}$
^{134}Xe	0.460	0.806	$0.621 \cdot 10^{-2}$	$5.29 \cdot 10^{35}$		
^{136}Xe	3.251	1.518	$0.249 \cdot 10^{-2}$	$3.88 \cdot 10^{26}$		$2.0 \cdot 10^{24}$

TABLE II: Sunt listate rezultatele pentru amplitudinea de tranzitie Gamow-Teller si timpii de viata precum si pentru timpii de viata ai procesului $0^+ \rightarrow 2^+$. Sunt listate de asemenea valorile caldurii de reactie $Q_{\beta\beta}^{0\rightarrow 2}$ in unitati $m_e c^2$. ΔE_2 este deplasarea energetica ce apare la numitorul expresiei amplitudinii de tranzitie. Sun citate de asemenea rezultatele teoretice pentru ^{100}Mo obtinute in Ref. ([6]) pentru SU(3) deformata ^{a)} si respectiv baza sferica ^{b)}.

[5] J. Suhonen, O. Civitarese, Physics Reports, **300** (1998) 123.

[6] J. G. Hirsch *et al.*, Phys. Rev. **51** (1995) 2252.

II. BENZI ROTATIONALE DE PARITATE NEGATIVA IN NUCLEE PAR-IMPARA. SIGNATURI PENTRU NOI SIMETRII

Intr-o serie de publicatii recente[2–7], modelul starilor coerente (CSM)(propus de directorul acestui proiect pentru descrierea a trei benzi in interactie, fundamentala, beta si gama in termeni de bozoni cvadрупolari), a fost extins prin introducerea gradelor de libertate de octupol. In felul acesta a fost posibila descrierea a opt benzi rotationale, patru de paritate negativa si patru de paritate pozitiva. Observabilele descrise au fost energiile de excitatie in cele opt benzi, probabilitatile reduse de tranzitie in benzi si intre benzi, de tip E1, E2 si E3. De remarcat faptul ca modelul teoretic propus functioneaza excelent atat pentru nuclee sferice cat si pentru nuclee deformate. De asemenea adaugam faptul ca modelul a fost aplicat cu succes atat pentru nivelele de energie de moment unghiular mic dar si pentru moment cinetic mare, pana la 30^+ in benzile de paritate pozitiva si pana la 30^- in benzile de paritate negativa. Calculand unghiul intre momentele cinetice corespunzatoare bozonilor cvadрупolari si respectiv octupolari, s-a constatat ca incepand de la un moment cinetic critic acesta este de $\pi/2$. Conventional, aceasta configuratie a fost numita stare prechirala. Tinand seama ca pentru sisteme cu simetrie axiala momentul unghiular este perpendicular pe axa de simetrie, in stari din banda fundamentala rezulta ca axa de simetrie a miezului fenomenologic descris de bozoni cvadрупolari si octupolari, este perpendiculara pe planul momentelor cinetice octupolare si cvadрупolare. Sistemul in care particula impara se misca astfel incat momentul cinetic al nucleonului impar este orientat de-a lungul axei de simetrie este un sistem chiral. Deci ne asteptam ca prin asocierea la un sistem prechiral a unei particule care induce pentru sistemul total un numar cuantic K maxim va fi un sistem cu simetrie chirala. Acest aspect ne-a determinat sa suspectam ca un sistem prechiral in interactie cu un sistem nucleonic ar putea duce la o configuratie cu simetrie chirala in care momentele cinetice ale celor trei subsisteme, bozoni cvadрупolari, bozoni octupolari si sistem nucleonic, sunt reciproc perpendiculare. Invarianta chirala a unui astfel de sistem consta in aceea ca sistemul ce se obtine prin schimbarea semnului momentului cinetic caracterizand una din componente are aceeasi energie ca sistemul initial.

In acest proiect am investigat proprietatile sistemelor complexe de bozoni cvadрупolari, octupolari si nucleoni.

Vom considera un nucleu par-impair, ce va fi descris de un miez fenomenologic descris in termeni de bozoni cvadрупolari si octupolari si un nucleon ce graviteaza in jurul miezului colectiv. Vom presupune ca un astfel de sistem este descris de urmatorul Hamiltonian:

$$H = H_{sp} + H_{core} + H_{pc}, \quad (2.1)$$

unde H_{sp} este un Hamiltonian de model in paturi sferic ce descrie nucleonul impar, H_{core} este un Hamiltonian fenomenologic ce descrie miscarea colectiva a miezului. Acesta este identic cu cel folosit in Ref.[7]. H_{pc} descrie

interactia intre particula impara si miezul colectiv si are urmatoarea expresie:

$$\begin{aligned}
H_{pc} = & - X_2 \sum_{\mu} r^2 Y_{2,-\mu} (-)^{\mu} \left(b_{2\mu}^{\dagger} + (-)^{\mu} b_{2,-\mu} \right) \\
& - X_3 \sum_{\mu} r^3 Y_{3,-\mu} (-)^{\mu} \left(b_{3\mu}^{\dagger} + (-)^{\mu} b_{3,-\mu} \right) \\
& + X_{j,j} \vec{j} \vec{J} + X_{I^2} \vec{I}^2.
\end{aligned} \tag{2.2}$$

Aici cu $b_{\lambda\mu}^{\dagger}$ sunt componentele bozonului λ -polar, cu $\lambda=2,3$. Termenul $\vec{j} \vec{J}$ este similar termenului de interactie spin-orbita ce apare in miscarea uni-particula. El descrie interactia intre spinul particulei impare si spinul miezului. Ultimul termen este asociat miscarii de rotatie pentru intreg sistemul, \vec{I} fiind spinul total al sistemului particula miez.

Starile miezului au fost descrise de 8 seturi de functii reciproc ortogonale, obtinute prin proiectia momentului cinetic si a paritatii din produsul de stari coerente

$$\Psi_g = e^{f(b_{30}^+ - b_{30})} e^{d(b_{20}^+ - b_{20})} |0\rangle_2^M \equiv \Psi_{oc} \Psi_{qu} |0\rangle_3, \tag{2.3}$$

si trei excitatii elementare polinomiale ale acesteia. De notat ca parametrii d si f sunt reali si simuleaza deformarea nucleare cvadrupolare si octupolare.

Interactia particula-miez deformeaza traiectoria uniparticula. Intr-adevar mediind Hamiltonianul model H pe starea Ψ_g se obtine un Hamiltonian uniparticula fara simetrie buna la rotatii ce poate fi interpretat ca reprezentand campul mediu pentru miscarea uni-particula.

$$H_{mediu} = \mathcal{C} + H_{sp} - 2dX_2r^2Y_{20} - 2fX_3r^3Y_{30}. \tag{2.4}$$

unde \mathcal{C} este o constanta determinata de media lui H_{core} . Hamiltonianul H_{core} reprezinta o generalizare a Hamiltonianului Nilsson prin introducerea campului deformativ octupolar. In Ref.[8] s-a demonstrat ca pentru obtinerea unei dependente neliniare de deformarea nucleara pentru energia uniparticula, este necesara introducerea unui termen de interactie monopol-monopol de forma $M\omega^2 r^2 \alpha_{00} Y_{00}$ unde α_{00} reprezinta coordonata colectiva monopolară. Un asemenea termen contribuie prin constante diferite pentru starile ce apartin la benzi rotationale diferite.

Aflarea valorilor proprii pentru Hamiltonianul particula-miez prezentat mai sus se bazeaza pe o serie de ipoteze originale.

1) In principiu, baza de stari pentru miscarea uni-particula ar putea fi determinata prin diagonalizarea Hamiltonianului de camp mediu H_{mediu} . Acest procedeu este greoi ceea ce ne determina sa nu-l alegem. Vom considera pentru miscarea uniparticula un spatiu format din trei stari de model in paturi sferice, de momente cinetice j_1, j_2, j_3 . Vom presupune ca j_1 si j_2 sunt de paritate $\pi = +$ iar j_3 are paritatea $\pi = -$. Observam ca in modelele traditionale de tip particula-miez, particula impara avea la dispozitie o singura stare si deci excitarea acesteia pe o stare superioara datorita interactiei cu miezul nu era posibila. Dimpotriva aici interactia cvadrupol-cvadrupol permite particulei sa treaca din starea j_1 in starea j_2 si invers, iar interactia octupol-octupol leaga starile j_1 si j_2 de starea j_3 .

2) De remarcat ca Ψ_g consta din suma a doua stari de paritati diferite, acest lucru intamplandu-se datorita structurii factorului octupolar

$$\Psi_{oc} = \Psi_{oc}^{(+)} + \Psi_{oc}^{(-)}. \tag{2.5}$$

Starile de moment cinetic dat si paritate + pot fi obtinute prin proiectie din starile intrinseci:

$$|n_1 l_1 j_1 K\rangle \Psi_{oc}^{(+)} \Psi_{qu}, \quad |n_2 l_2 j_2 K\rangle \Psi_{oc}^{(+)} \Psi_{qu}, \quad |n_3 l_3 j_3 K\rangle \Psi_{oc}^{(-)} \Psi_{qu}. \tag{2.6}$$

Pe de alta parte starile de paritate - sunt obtinute prin proiectie din starile:

$$|n_1 l_1 j_1 K\rangle \Psi_{oc}^{(-)} \Psi_{qu}, \quad |n_2 l_2 j_2 K\rangle \Psi_{oc}^{(-)} \Psi_{qu}, \quad |n_3 l_3 j_3 K\rangle \Psi_{oc}^{(+)} \Psi_{qu}. \tag{2.7}$$

Starile proiectate dupa momentul unghiular vor fi notate astfel:

$$\begin{aligned}
\varphi_{JM}^{(+)}(j_i K; d, f) &= N_{i;JK}^{(+)} P_{MK}^J |n_i l_i j_i K\rangle \Psi_{oc}^{(+)} \Psi_{qu}, \quad i = 1, 2 \\
\varphi_{JM}^{(+)}(j_3 K; d, f) &= N_{3;JK}^{(+)} P_{MK}^J |n_3 l_3 j_3 K\rangle \Psi_{oc}^{(-)} \Psi_{qu}, \\
\varphi_{JM}^{(-)}(j_i K; d, f) &= N_{i;JK}^{(-)} P_{MK}^J |n_i l_i j_i K\rangle \Psi_{oc}^{(-)} \Psi_{qu}, \quad i = 1, 2 \\
\varphi_{JM}^{(-)}(j_3 K; d, f) &= N_{3;JK}^{(-)} P_{MK}^J |n_3 l_3 j_3 K\rangle \Psi_{oc}^{(+)} \Psi_{qu}.
\end{aligned} \tag{2.8}$$

Pentru numarul cuantic K am considerat cele mai mici trei valori, adica $K = 1/2, 3/2, 5/2$.

3) Observam ca pentru j_k fixat starile proiectate corespunzand la numere cuantice K diferite nu sunt ortogonale. Intr-adevar matricile de overlap:

$$\begin{aligned} A_{K,K'}^{(+)}(j_l) &= \langle \varphi_{JM}^{(+)}(j_l K; d, f) | \varphi_{JM}^{(+)}(j_l K'; d, f) \rangle, \quad l = 1, 2, 3; \quad K, K' = 1/2, 3/2, 5/2, \\ A_{K,K'}^{(-)}(j_l) &= \langle \varphi_{JM}^{(-)}(j_l K; d, f) | \varphi_{JM}^{(-)}(j_l K'; d, f) \rangle, \quad l = 1, 2, 3; \quad K, K' = 1/2, 3/2, 5/2. \end{aligned} \quad (2.9)$$

nu sunt diagonale. Vom nota cu $V_s^{(\pm)}(j_l, p)$, $s = 1, 2, 3$; $p = 1, 2, 3$ si $a_p^{(\pm)}(j_l)$ componentele s ale vectorilor proprii cu indicele de ordine l si valorile proprii corespunzatoare. Atunci functiile

$$\begin{aligned} \Psi_{JM}^{(+)}(j_l p; d, f) &= N_{l;Jp}^{(+)} \sum_K V_K^{(+)}(j_l, p) \varphi_{JM}^{(+)}(j_l K; d, f), \quad N_{l;Jp}^{(+)} = \sqrt{a_p^{(+)}(j_l)}, \\ \Psi_{JM}^{(-)}(j_l p; d, f) &= N_{l;Jp}^{(-)} \sum_K V_K^{(-)}(j_l, p) \varphi_{JM}^{(-)}(j_l K; d, f), \quad N_{l;Jp}^{(-)} = \sqrt{a_p^{(-)}(j_l)}. \end{aligned} \quad (2.10)$$

sunt reciproc ortogonale. Pentru fiecare stare va exista un termen in suma corespunzatoare care are o pondere maxima. Numarul cuantic K al acestei componente este asignat starii Ψ . Subliniem faptul ca lucrind in sistemul laboratorului numarul cuantic K nu este numar cuantic bun. Spunem totusi ca starea respectiva are componenta K dominanta.

4) Pentru a simula efectul deformat al miezului asupra miscarii uniparticula in unele cazuri este necesar sa amestecam starile proiectate corespunzand la diferite stari uniparticula.

$$\begin{aligned} \Phi_{JM}^{(+)}(p; d, f) &= \sum_{l=1,2,3} \mathcal{A}_l \Psi_{JM}^{(+)}(j_l p; d, f), \\ \Phi_{JM}^{(-)}(p; d, f) &= \sum_{l=1,2,3} \mathcal{A}_l \Psi_{JM}^{(-)}(j_l p; d, f). \end{aligned} \quad (2.11)$$

Coefficientii \mathcal{A}_l pot fi alesi ca fiind ponderile starilor $|j_l\rangle$ in functiile proprii obtinute prin diagonalizarea Hamiltonianului de camp mediu H_{mediu} .

Energiile sistemului impar de nucleoni sunt descrise de valorile medii ale Hamiltonianului model:

$$\begin{aligned} E_J^{(+)}(p; df) &= \langle \Phi_{JM}^{(+)}(p; df) | H | \Phi_{JM}^{(+)}(p; df) \rangle, \\ E_J^{(-)}(p; df) &= \langle \Phi_{JM}^{(-)}(p; df) | H | \Phi_{JM}^{(-)}(p; df) \rangle. \end{aligned} \quad (2.12)$$

A. Descrierea benzilor $K^\pi = \frac{3}{2}^\pm, \frac{5}{2}^\pm$.

In principiu metoda descrisa mai sus poate functiona si pentru benzile caracterizate de $K > 1/2$. Totusi, sistemul de referinta intrinsec pentru sistemul impar este dat de miezul deformat asa incat ne asteptam ca acesta sa aduca contributie esentiala la creerea numarului cuantic K . Mai precis nu ne putem astepta ca proiectand momentul unghiular din functia $|j5/2\rangle \otimes \Psi_g$ sa obtinem o descriere realista pentru banda $K = 5/2$. Prin urmare vom presupune ca benzile $K^\pi = \frac{3}{2}^\pm, \frac{5}{2}^\pm$ se obtin prin proiectia momentului cinetic dintr-o stare produs a unei stari uniparticula cu K mic si o functia ce descrie banda γ in sistemul intrinsec.

Aminim faptul ca in modelul CSM starile bensi γ sunt obtinute prin proiectia momentului cinetic din starea colectiva fenomenologica:

$$\Psi_2^{(\gamma;\pm)} = \Omega_{\gamma,2}^\dagger \Psi_o^{(\pm)} \Psi_q \quad (2.13)$$

unde operatorul de excitatie este definit de relatia:

$$\Omega_{\gamma,2}^\dagger = \left(b_2^\dagger b_2^\dagger \right)_{22} + d \sqrt{\frac{2}{7}} b_{22}^\dagger \quad (2.14)$$

Indicele inferior pentru Ψ in Eq. 2.13 este numarul cuantic K pentru starea intrinseca γ .

In concluzie o descriere simultana a benzilor cu $K = 1/2, 3/2, 5/2$ poate fi realizata cu starile proiectate:

$$\begin{aligned}\varphi_{IM;1/2}^{(\pm)} &= N_{I,1/2}^{(\pm)} \sum_J \left(N_J^{(g,\pm)} \right)^{-1} C_{1/2 \ 0 \ 1/2}^{j_1 \ J \ I} \left[|n_1 l_1 j_1\rangle \otimes \varphi_J^{(g;\pm)} \right]_{IM}, \\ \varphi_{IM;3/2}^{(\pm)} &= N_{I,3/2}^{(\pm)} \sum_J \left(N_J^{(\gamma,\pm)} \right)^{-1} C_{-1/2 \ 2 \ 3/2}^{j_1 \ J \ I} \left[|n_2 l_2 j_2\rangle \otimes \varphi_J^{(\gamma;\pm)} \right]_{IM}, \\ \varphi_{IM;5/2}^{(\pm)} &= N_{I,5/2}^{(\pm)} \sum_J \left(N_J^{(\gamma,\pm)} \right)^{-1} C_{1/2 \ 2 \ 5/2}^{j_1 \ J \ I} \left[|n_3 l_3 j_3\rangle \otimes \varphi_J^{(\pm)} \right]_{IM}.\end{aligned}\quad (2.15)$$

Aici notatiile $N_J^{(i,\pm)}$ cu $i = g, \gamma$ este folosita pentru factorii de normare a starilor proiectate ce descriu benzile ground si respectiv γ in nucleele par-pare vecine. De remarcat ca pentru fiecare moment unghiular I cele trei functii proiectate este ortogonal.

Energiile celor 6 benzi cu $K^\pi = 1/2^\pm, 3/2^\pm, 5/2^\pm$ sunt obtinute prin medierea Hamiltonianului model (??) pe starile proiectate definite mai sus.

$$E_{I,K} = \langle \varphi_{IM;K}^{(\pm)} | H | \varphi_{IM;K}^{(\pm)} \rangle, K = 1/2, 3/2, 5/2. \quad (2.16)$$

Elementele de matrice ale interactiei particula-miez sunt prezentate analitic in Anexa A a lucrarii.

B. Probabilitati de tranzitie

Pentru unele benzi cu $K = 1/2$ exista rezultate experimentale privind probabilitatile reduse de tranzitie $E1$ si $E2$. Ele sunt exprimate in termeni de rapoartele de ramificare:

$$R_{I\pi} = \frac{B(E1; I^\pi \rightarrow (I-1)^{\pi'})}{B(E2; I^\pi \rightarrow (I-2)^\pi)}, \pi' \neq \pi \quad (2.17)$$

Aceste date sunt descrise folosind operatorii de tranzitie:

$$\begin{aligned}Q_{1\mu} &= e q_1 \left((b_2^\dagger b_3^\dagger)_{1\mu} + (b_3 b_2)_{1\mu} \right), \\ Q_{2\mu} &= e Q_2 \left(b_{2\mu}^\dagger + (-)^\mu b_{2,-\mu} + a r^2 Y_{2\mu} \right)\end{aligned}\quad (2.18)$$

Raportul de ramificare (2.17) pentru starea initiala I^π este:

$$R_{I\pi} = \left[\frac{\langle I^\pi || Q_1 || (I-1)^{\pi'} \rangle}{\langle I^\pi || Q_2 || (I-2)^\pi \rangle} \right]^2 \quad (2.19)$$

C. Rezultate numerice

Aplicatiile numerice au fost efectuate pentru izotopii: ^{219}Ra , ^{227}Ra , ^{239}U si ^{239}Pu . Parametrii implicati de H_{core} sunt cei folositi pentru descrierea a opt benzi rotationale in nucleele par-pare vecine. De asemenea parametrii de deformare d si f sunt aceiasi ca pentru izotopii par-pari corespunzatori. Pentru nucleele par-impare avem la dispozitie numai patru parametri liberi. Energiile 2.12 depind de cei patru parametri ce definesc intensitatile interactiilor: X_2, S_3, X_{jJ}, X_{J2} . Acestia au fost determinati prin fitarea energiilor a patru nivele particulare din cele doua benzi. Valorile astfel obtinute au fost listrate in Tabelul 1. Introducand parametrii X in expresiile 2.12 se obtin energiile de excitatie in banda de paritate pozitiva si cea de paritate negativa. Energiile celor doua benzi pentru nucleele ^{219}Ra , ^{227}Ra , ^{239}U si ^{239}Pu sunt prezentate in tabelele 2,3,4 si 5 respectiv. Pentru comparatie in aceste tabele sunt date de asemenea si datele experimentale. Calitatea acordului intre energiile calculate si cele experimentale este apreciata cu ajutorul radacinii deviatiei patratice medii (r.m.s.). Valorile r.m.s. obtinute pentru cele patru nuclee sunt 30.61, 12.78, 44.3 si respectiv 88.61 keV. Valoarea r.m.s. relativ ridicata pentru ^{239}Pu este determinata de devierile mari inregistrate pentru trei nivele din banda de paritate negative: $\frac{49}{2}^-$, $\frac{53}{2}^-$, $\frac{55}{2}^-$. Intr-adevar, daca aceste stari sunt eliminate din calculul valorii rms, valoarea rezultata este 56.

Parameters	²¹⁹ Ra	²²⁷ Ra	²³⁷ U	²³⁹ Pu
X_2b^2 [keV]	22.829	-1.992	1.080	-2.515
X_3b^3 [keV]	-8.680	169.511	2.227	4.937
X_{jJ} [keV]	-0.292	8.553	-5.817	-3.985
X_{I^2} [keV]	4.105	4.390	4.634	5.050

TABLE III: Parametrii ce definesc Hamiltonianul particula miez obtinuti prin fitarea a 4 nivele energetice apartinand celor doua benzi de paritati diferite. Aici b noteaza ceea ce se cheama lungimea oscilatorului: $b = (\frac{\hbar}{M\omega})^{1/2}$; $\hbar\omega = 41A^{-1/3}$

J	²¹⁹ Ra				²³⁷ U				²³⁹ Pu				
	$\pi = +$		$\pi = -$		$\pi = +$		$\pi = -$		$\pi = +$		$\pi = -$		
	Exp.	Th.	Exp.	Th.	Exp.	Th.	Exp.	Th.	Exp.	Th.	Exp.	Th.	
1/2					0.0	0.0			398.5	0.0	0.0	469.8	469.8
3/2					11.4	11.4			454.4	7.9	7.9	492.1	477.7
5/2					56.3	74.6			475.5	57.3	62.8	505.6	498.3
7/2					82.9	106.9			550.3	75.7	108.4	556.0	549.8
9/2	0.0	0.0			162.3	191.2			581.3	163.8	183.5	583.0	572.0
11/2	539.0	545.0			204.1	231.8			680.9	193.5	222.0	661.2	655.2
13/2	234.3	235.0	588.0	586.0	317.3	347.7	721.9	318.5	338.1	698.7	685.7		
15/2	837.0	847.6	495.4	496.0	375.1	393.1	846.4	846.4	359.2	386.5	806.4	799.9	
17/2	529.1	525.4	921.0	917.4	518.2	544.2	930.0	899.1	519.5	534.9	857.5	839.5	
19/2	1229.0	1210.6	733.7	734.3	592.0	592.0	1027.5	1046.6	570.9	592.2	992.5	984.2	
21/2	876.6	861.2	1309.0	1318.9	762.8	780.3	1131.0	1113.3	764.7	773.7	1058.1	1033.3	
23/2	1622.0	1626.6	1035.6	1038.3	853.0	829.0	1250.7	1281.3	828.0	839.2	1219.4	1208.3	
25/2	1271.6	1235.5	1722.0	1790.5	1048.7	1065.8	1376.1	1364.8	1053.1	1054.4	1300.9	1267.2	
27/2	2022.0	2090.7	1393.6	1400.6	1155.1	1108.8	1515.7	1550.2	1127.8	1127.8	1487.4	1472.2	
29/2	1684.7	1644.4	2137.0	2230.5	1372.2	1378.3	1662.3	1654.0	1381.5	1377.0	1584.9	1541.2	
31/2	2444.0	2600.9	1815.6	1814.2	1494.1	1421.6	1821.8	1852.8	1467.8	1458.0	1795.4	1776.0	
33/2	2113.4	2086.8	2552.0	2580.8	1729.2	1728.7	1987.7	1981.0	1748.5	1744.2	1908.9	1855.4	
35/2			2272.1	2272.7	1868.2	1772.5	2166.5	2188.9	1847.0	1831.3	2143.4	2119.8	
37/2	2563.6	2563.6	2987.0	3115.9	2117.2	2117.2	2349.7	2346.1	2152.2	2150.2	2272.0	2209.8	
39/2			2750.8	2770.6	2272.2	2161.7	2547.5	2558.3	2263.0	2245.0	2529.4	2503.6	
41/2	3029.0	3076.7			2530.1	2544.1	2746.7	2749.4	2590.1	2597.9	2672.0	2604.4	
43/2			3255.8	3303.4	2702.5	2589.4	2960.5	2960.5	2714.0	2700.5	2951.4	2927.5	
45/2	3505.0	3627.9			2963.8	3009.5	3174.7	3191.3	3060.1	3087.5	3108.0	3039.3	
47/2			3776.5	3867.8	3154.5	3055.6	3401.5	3395.3	3198.0	3198.0	3407.0	3395.3	
49/2	4009.6	4218.7			3415.8	3513.7	3630.0	3671.7	3559.1	3619.1	3578.0	3514.4	
51/2			4328.9	4462.5	3625.5	3560.5	3865.0	3862.4	3713.0	3737.0	3895.0	3895.8	
53/2	4540.4	4759.2			3886.8	4057.8	4105.0	4190.9	4087.1	4194.0	4080.0	4029.9	
55/2			4913.6	5044.1	4115.0	4104.8	4344.0	4350.0	4256.0	4319.8	4413.0	4436.7	

TABLE IV: Energiile de excitatie in ²¹⁹Ra, ²³⁷U si ²³⁹Pu pentru benzile caracterizate de $K^\pi = \frac{1}{2}^+$ si respectiv $K^\pi = \frac{1}{2}^-$. Acestea sunt date in keV. Rezultatele teoretice (Th.) sunt comparate cu cele experimentale (Exp.) luate din Ref.[18?].

Folosind functiile de unda proiectate au fost calculate probabilitatile reduse de tranitie E2 in banda si E1 intre benzi.

Din Fig. 2 observam ca formalismul nostru este capabil sa reproduca ordonarea nivelelor in banda band $K^\pi = 1/2^-$. Despicarea energetica a starilor $3/2^-, 1/2^-$ este foarte frumos descrisa desi intregul dublet este deplasata in jos cu aproximativ 50 keV. In banda $5/2^+$ exista un nivel care este asignat ca fiind $11/2^+$. Calculele noastre sugereaza ca acesta este de fapt un nivel $13/2^+$. Pentru ²²⁷Ra nu exista date experimentale pentru banda $5/2^-$. In Fig. 2 am prezentat totusi rezultatele calculelor noastre privind aceasta banda.

Este interesant de observat semnele intensitatilor interactiilor obtinute prin procedeul de fitare. Exceptand ²³⁷U, unde interactiile quadrupole-quadrupole si octupole-octupole sunt atractive, pentru celelalte nuclee alese, semnele celor

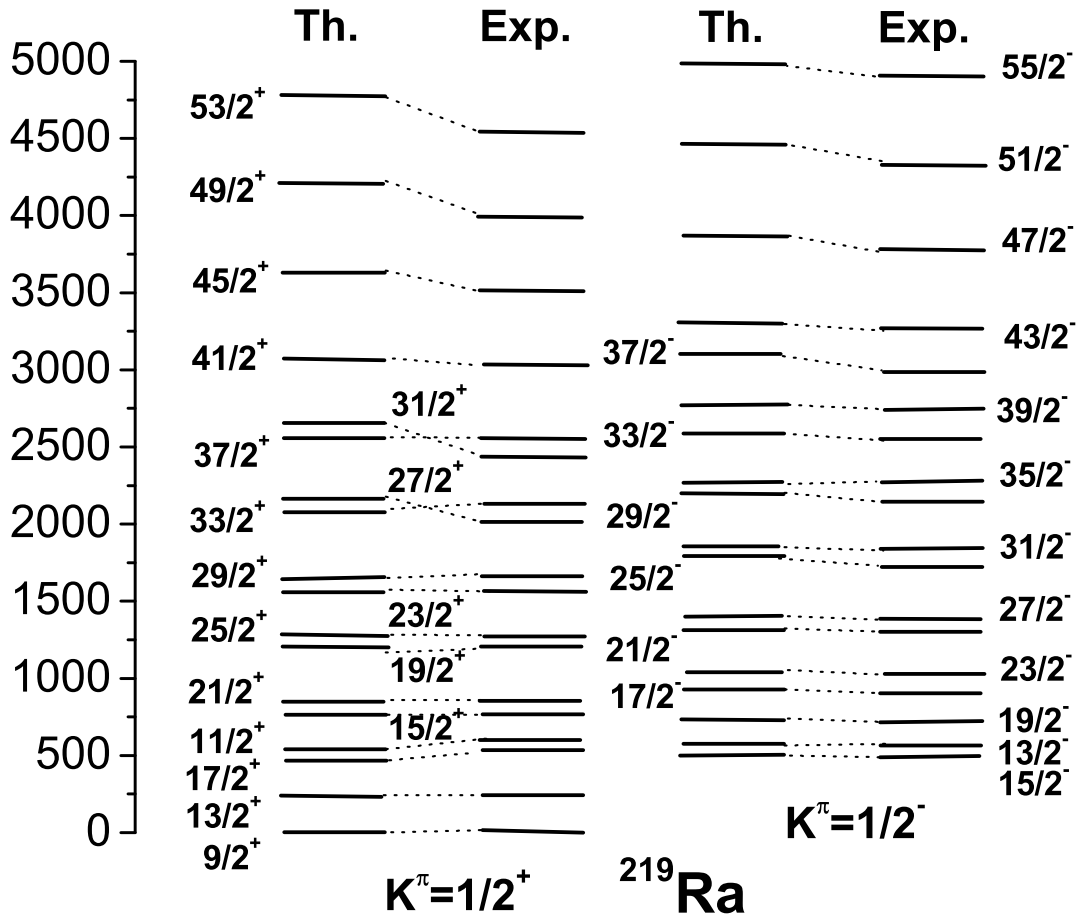


FIG. 2: Energiile de excitatie teoretice (Th.) si experimentale (Exp.) pentru benzile $K^\pi = \frac{1}{2}^\pm$ in izotopul ^{219}Ra . Datele experimentale sunt luate din Ref.[18].

doua interactii sunt diferite. In prima situatie momentele λ ($=2,3$) nucleonului impar si a miezului au semne diferite. In celelalte cazuri cele doua momente mentionate sunt de acelasi semn. Remarcam valoarea mare a interactiei $q_3 \cdot Q_3$ in ^{227}Ra ceea ce este consistent cu faptul ca pentru izotopul par-par vezin exista o deformare octupolara mare. Intr-adevar conform Ref.[7] pentru acest nucleu deformarea octupolara este $f = 0.8$. Valoarea mare pentru X_3 determina o amplitudine de amestec mare pentru starile $[g_{9/2}Psi_g^{(+)}; f_{5/2}\Psi_g^{(-)}]$ precum si pentru starile $[g_{9/2}Psi_g^{(-)}; f_{5/2}\Psi_g^{(+)}]$.

Un alt aspect distinctiv pentru ^{227}Ra consta in faptul ca interactia jJ are un semn diferit decat il are pentru celelalte nuclee considerate. Caracterul repulsiv al acestei interactii in cazul izotopului ^{227}Ra este necesar pentru a compensa contributia atractiva mare generata de interactia $q_3 Q_3$.

Mai departe am investigat posibilitatea de a identifica signaturi pentru existenta unei deformari statice octupolare pentru nucleele impare. In aceasta directie am reprezentat grafic functiile de deplasare energetica [3, 4, 12]:

$$\delta E(I) = E(I^-) - \frac{(I+1)E((I-1)^+) + IE((I+1)^+)}{2I+1}, \quad (2.20)$$

$$\Delta E_{1,\gamma}(I) = \frac{1}{16}[6E_{1,\gamma}(I) - 4E_{1,\gamma}(I-1) - 4E_{1,\gamma}(I+1) + E_{1,\gamma}(I-2) + E_{1,\gamma}(I+2)], \quad (2.21)$$

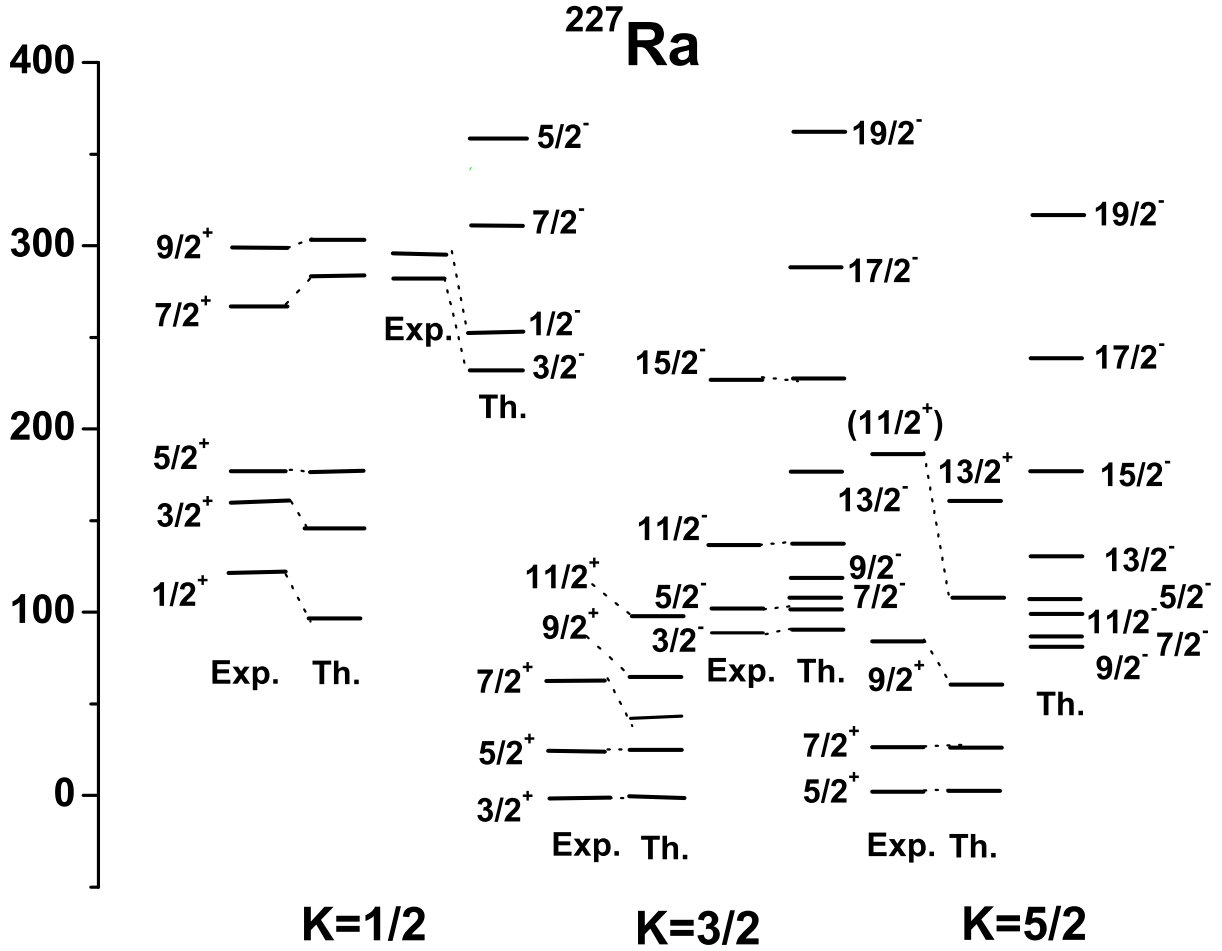


FIG. 3: Energiile de excitatie teoretice si experimentale pentru benzile $K^\pi = \frac{1}{2}^\pm, \frac{3}{2}^\pm, \frac{5}{2}^\pm$ in ^{227}Ra . Rezultatele experimentale sunt cele din Ref.[19]

$$E_{1,\gamma}(I) = E(I+1) - E(I).$$

Prima functie, δE , se anuleaza atunci cand energiile de excitatie depind linear de $I(I+1)$ si in plus, momentele de inertie ale celor doua benzi partenere de paritate sunt egale. Astfel, anularea functiei δE este considerata a fi o signatura pentru deformarea octupolara. Daca energiile de excitatie depind patratric de $I(I+1)$ si coeficientii termenilor $[I(I+1)]^2$ pentru benzile pozitiva si negativa sunt egali, a doua functie deplasare $\Delta E_{1,\gamma}$ se anuleaza, ceea ce sugereaza ca s-a instalat deformarea octupolara.

Rezultatele investigatiilor noastre pentru ^{239}Pu sunt prezentate in Fig. 3. Aceasta figura arata ca deformarea octupolara s-ar putea instala in stari cu momentul unghiular $I \geq \frac{5}{2}$.

Rapoartele de ramificare R_J definite de Eq.(2.17), au fost calculate pentru ^{219}Ra unde exista date experimentale. Exista doi parametri liberi care au fost fixati prin fitarea a doua date experimentale particulare. Valorile obtinute sunt:

$$\begin{aligned} \text{present}^1 : \quad \frac{q_1}{q_2} &= 18.377 \times 10^{-3} \text{fm}^{-1}, \quad ab^2 = -0.63616 \text{fm}^2, \\ \text{present}^2 : \quad \frac{q_1}{q_2} &= 11.310 \times 10^{-3} \text{fm}^{-1}, \quad ab^2 = -0.34422 \text{fm}^2, \end{aligned} \quad (2.22)$$

		²²⁷ Ra					
		K=1/2		K=3/2		K=5/2	
J	$\pi = +$	$\pi = -$	$\pi = +$	$\pi = -$	$\pi = +$	$\pi = -$	
	Exp. Th.	Exp. Th.	Exp. Th.	Exp. Th.	Exp. Th.	Exp. Th.	
1/2	121 96.6	297 251.8					
3/2	161 145.5	284 232.4	0.0 0.0	90 90			
5/2	177 177.0	359.1	26 26.0	102 102	2 2.	107.6	
7/2	268 283.6	310.6	64 40.33	104.6	26. 26.5	86.6	
9/2	300 304.6		66.2	115.1	84 61.0	82.8	
11/2	574.5		97.9	139 139.1	187 107.5	99.9	
13/2			140.5	176.9	160.1	131.1	
15/2				228 226.6	221.0	177.5	
17/2				288.4	291.4	239.6	
19/2					372.3	317.6	

TABLE V: Energiile de excitatie pentru ²²⁷Ra in benzile $K^\pi = \frac{1}{2}^\pm, \frac{3}{2}^\pm, \frac{5}{2}^\pm$, sunt date in keV. are given in keV. The results teoretice (Th.) sunt comparate cu cele experimentale (Exp.) luate din Ref.[19].

	$\frac{B(E1;J \rightarrow (J-1))}{B(E2;J \rightarrow (J-2))} [10^{-6} fm^{-2}]$			
$J^\pi - J_{g.s.}$	Exp.	<i>present</i> ¹	<i>present</i> ²	Ref.[15]
5 ⁻	2.52(18)	2.52	2.52	1.195
6 ⁺	1.12(08)	1.09	0.677	0.314
7 ⁻	1.49(10)	3.97	3.284	1.318
8 ⁺	1.23(16)	1.23	0.704	0.313
9 ⁻	1.16(08)	4.56	3.194	1.442
10 ⁺	2.77(64)	1.44	0.775	0.312
11 ⁻	1.41(9)	4.59	2.829	1.567
12 ⁺	3.68(26)	1.69	0.868	0.313
13 ⁻	2.14(30)	4.39	2.448	1.691
14 ⁺	1.96(14)	1.96	0.967	0.314
15 ⁻	1.76(18)	4.11	2.131	1.814
16 ⁺	1.06(17)	2.22	1.060	0.315
17 ⁻	2.08(28)	3.84	1.887	1.936
18 ⁺	3.34(48)	2.45	1.137	0.317
19 ⁻	1.34(42)	3.62	1.704	2.057
20 ⁺	2.38(44)	2.63	1.195	0.318
21 ⁻	4.01(94)	3.44	1.568	2.177
Average	2.09(9)	2.97	1.7	1.072

TABLE VI: Valorile experimentale (Exp.) si calculate ale raportului $B(E1)/B(E2)$ pentru starea initiala J^π luand valori intre 19/2⁻ si 51/2⁻. Dupa cum am mentionat in text, $J_{g.s.} = 9/2$. Datele experimentale sunt din Ref.[18]. Rezultatele sunt date in unitati de $10^{-6} fm^{-2}$. Pentru comparatie in coloana 3 sunt date rezultatele din Ref.[15].

unde b noteaza lungimea oscilatorului ce caracterizeaza starile disponibile pentru nucleonul impar. Rezultatele pentru R_J sunt in acord rezonabil cu datele experimentale, dupa cum arata tabelul V. In coloana r a tabelului V sunt listate valorile obtinute prin alta metoda in Ref.[15].

D. Concluzii

In Sectiunile precedente am descris in detaliu trei perechi de benzi partenere de paritate cu numerele cuantice $K^\pi = 1/2^\pm, 3/2^\pm, 5/2^\pm$. Aplicatiile pentru nucleele ²¹⁹Ra, ²²⁷Ra, ²³⁷U, ²³⁹Pu evidentiaza un acord foarte bun cu datele experimentale existente. Calculele se refera atat la energiile de excitatie cat si la rapoartele de ramificare pentru

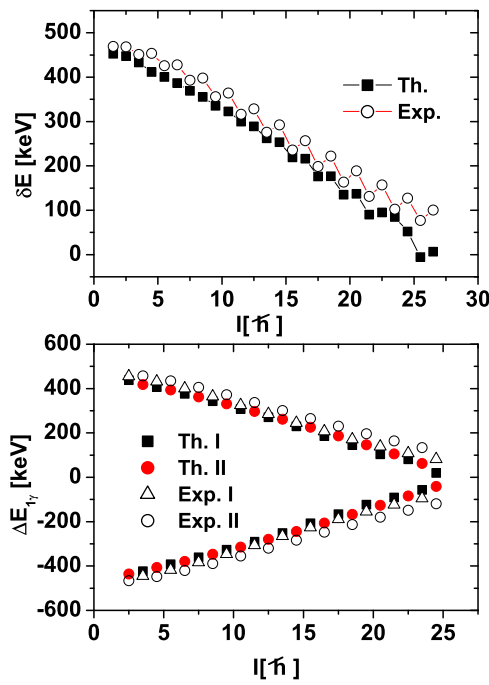


FIG. 4: Functiile de deplasare energetica teoretice si experimentale $\delta E(I)$ and $\Delta E_{1,\gamma}(I)$ date de Eqs.(2.20) si respectiv (2.21), caracterizand izotopul ^{239}Pu , sunt reprezentate in functie de momentul cinetic I . Datele experimentale sunt luate din Ref.[13]. In panelul de jos, valorile teoretice si experimentale pentru $\Delta E_{1,\gamma}(I)$ corespunzand la starile $I^\pi = (\frac{1}{2} + 2k)^+$ cu $k=1,2,3,\dots$, sunt reprezentate prin simbolurile *Th.I* si respectiv *Exp.I*, in timp ce cele asociate la starile de paritate negativa $I^\pi = (\frac{1}{2} + 2k)^-$ cu $k=1,2,3,\dots$ sunt insotite de simbolurile *Th.II* si respectiv *Exp.II*.

tranzitiile E1 si E2.

In incheiere adaugam cateva remarci in legatura cu posibilele dezvoltari ulterioare ale formalismului de fata. Alegand pentru starile neproiectate asociate miezului, starile $K^\pi = 0^\pm, 1^\pm$ states, pastrand, altfel, aceeasi baza pentru starea uniparticula ce descrie nucleonul impar puntem extinde formalismul prin adaugarea a inca 4 benzi, 2 de paritate pozitiva si 2 de paritate negativa.

O alta remarca se refera la simetria chirala[20] pentru sistemul complex formata dintr-un miez fenomenologic si un set de particule. Intr-adevar, in Ref.[7] am aratat ca incepand dela un moment cinetic critic momentele cinetice carate de sistemul de bozoni cvadrupolar (\vec{J}_2) si octupolari (\vec{J}_3) sunt perpendiculare. Se pune problema daca exista un set de parametri pentru care momentul cinetic al nucleonului impar este perpendicular pe planul celor doua momente cinetice caracterizand miezul colectiv. Aceasta situatie corespunde unei simetrii de tip chiral. Asemenea stari au fost puse in evidenta pentru ^{227}Ra . O sistematica pentru nucleele din zona pamanturilor rare si a actinidelor va fi in curand pregatita pentru publicare.

Rezultatele descrise mai sus au fost in lucrarea

The CSM extension for the description of positive and negative parity bands in even-odd nuclei, A. A. Raduta, C. M. Raduta, Amand Faessler, Phys. Rev. C 80, 044327 (2009).

[1] A. A. Raduta *et al.*, Phys. Lett. **B99**, 444 (1981); Nucl. Phys. **A381**, 253, (1982).

[2] A. A. Raduta, Al. H. Raduta and A. Faessler, Phys. Rev. **C 55**, 1747 (1997).

[3] A. A. Raduta, D. Ionescu, A. Faessler, Phys. Rev. **C 65**, 064322, (2002).

[4] A. A. Raduta and D. Ionescu, Phys. Rev. **C67**, 044312, (2003).

[5] A. A. Raduta, D. Ionescu, I. I. Ursu and A. Faessler, Nucl. Phys. **A720**, 43, (2003).

[6] A. A. Raduta, C. M. Raduta, Nucl. Phys. **A 768**, 170, (2006).

[7] A.A. Raduta, Al. H. Raduta and C. M. Raduta, Phys. Rev. **C74**, 044312 (2006).

- [8] A. A. Raduta, Al.H. Raduta and Ad. R. Raduta, Phys. Rev. **B 59**, 8209, (1999).
 [9] A. A. Raduta, V. Ceaulescu and R. M. Dreizler, Nucl. Phys. **A 272**, 11,(1976).
 [10] G. A. Leander, *et al.*, Nucl. Phys. **A 388**, 452, (1982).
 [11] Peter Ring and Peter Schuck, *The Nuclear Many-Body Problem*, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 2000, pp. 76.
 [12] D. Bonatsos *et al.*, Phys. Rev. **C62**, 024301, (2000).
 [13] S. Zhu *et al.*, Phys. Lett. **B 618**, 51, (2005).
 [14] A.Ya Dzyublik and V. Yu Denisov, Yad. Fiz. **56**, 30, (1993) [Phys. At. Nucl. **56**, 303 (1993)].
 [15] V. Yu. Denisov and A. Ya. Dzyublik, Yad. Fiz.**56**, 96,(1993) [Phys. At. Nucl. **56**, 477 (1993)]
 [16] V. Yu Denisov and A.Ya Dzyublik, Nucl. Phys. **A 589**, 17, (1995).
 [17] N. Minkov *et al.*, Phys. Rev. **C76**, 034324, (2007).
 [18] P. D. Cottle *et al.* Phys. Rev. **C36** ,2286 (1987).
 [19] T. von Egidy *et al.*, Nucl. Phys. **A365** 26 (1981).
 [20] S. Frauendorf, J. Meng, Nucl. Phys. **A617**, 131, (1997) 131.

III. FORMALISMUL PNQRPA COMPLET RENORMAT CU SIMETRIE DE GAUGE RESTAURATA

Intelegerea fenomenelor fizicii nucleare in functie de miscarea uni-particula intr -un cimp mediu si interactia bi-particula nucleon-nucleon, este unul dintre cele mai importante scopuri ale fizicii nucleare teoretice. De-a lungul ultimelor decenii, au fost realizate multe progrese in tratarea ansamblului nuclear ca sistem many body. Printre cele mai importante rezultate se disting aproximatiile Hartree-Fock, BCS si aproximatia fazelor intimplatoare (RPA)[11?]. Ultima abordare mentionata poate fi formulata cu ajutorul starii fundamentale HF sau BCS. A doua versiune este denumita conventional aproximatia fazelor intimplatoare pentru cvasiparticule (QRPA). Printre succesele teoriilor de many-body se afla descrierea proprietatilor starii fundamentale, ale starilor excitate, incluzind cele cu spin inalt, ale benzilor excitate, a tranzitiilor electromagnetice, si a mecanismelor de reactie.

Interactia proton-neutron a fost de asemenea tratata. De exemplu, interactia de imperechiere proton-neutron este investigata in prezent pentru nuclee apropiate de " drip line" . Este inca o problema deschisa daca exista o faza nucleara in care protonii si neutronii formeaza perechi cu T=0 [?], desi exista citeva incercari care interpreteaza back-bending-ul observat pentru ^{52}Fe ca fiind determinat de ruperea unei perechi proton-neutron cu T=0 [?].

Interactia proton-neutron dipolara in canalele particular-gaura (ph) si particula-particula (pp) au fost tratate in formalismul pnQRPA pentru a obtine o descriere cantitativa a dezintegrarii beta dubla cu doi neutrini in starea finala, $2\nu\beta\beta$ [? ?]. Bineinteles, acest fenomen este foarte interesant prin el insusi, dar prezinta o atractie speciala pentru teoreticieni, avand in vedere faptul ca furnizeaza un test pentru elementele de matrice nucleare care sunt de asemenea folosite in calculele dezintegrarii beta dubla fara neutrini ($0\nu\beta\beta$) in starea finala. Intr-adevar, descoperirea procesului $0\nu\beta\beta$ ar raspunde la intrebarea fundamentala daca neutrino este o particular Majorana sau Dirac. Calculele standard pnQRPA bazate pe interactie bi-particula ph furnizeaza o rata prea mare pentru procesul $2\nu\beta\beta$. In Ref.[?] s-a aratat ca elementele de matrice de tranzitie β^+ este foarte sensibil la taria interactiei pp . Deoarece dezintegrarea beta dubla are un branch care poate fi privit ca hermitic conjugatul elementului de matrice al tranzitiei virtuale β^+ a nucleului fiica spre o stare dipolara 1^+ din nucleul intermediar impar-impar, multe grupuri care lucreaza in domeniul dezintegrarii $2\nu\beta\beta$ au inclus interactia dipolara bi-particula pp in calculele pnQRPA. Prin contrast cu interactia ph , care este repulsiva, interactia pp are un caracter atractiv. Deoarece o asemenea interactie nu este considerata in ecuatiile cimpului mediu, aproximatia pnQRPA inceteaza a mai fi valabila incepand cu o valoare critica a tarii interactiei, g_{pp} . Inainte ca aceasta valoare sa fie atinsa, amplitudinea tranzitiei beta dubla de tip Gamov-Teller, notata cu M_{GT} , descreste rapid si dupa un interval energetic scurt devine egala cu zero. Datele experimentale pentru amplitudinea M_{GT} sint regasite pentru o valoare a lui g_{pp} apropiata de cea pentru care M_{GT} devine zero si aproape de valoarea critica a lui g_{pp} pentru care pnQRPA nu mai functioneaza (breaks down). Pentru aceasta valoare critica, prima energie pnQRPA este egala cu zero si starea fundamentala este instabila. Este evident ca in aceasta regiune a lui g_{pp} , rezultatele pnQRPA nu sunt stabile la adaugarea termenilor de interactie care nu sint luati in considerare de abordarea many-body pnQRPA. Pentru a restabili stabilitatea starii fundamentale, trebuie sa facem aproximatii superioare aproximatiei pnQRPA. Formalismele construite in acest scop poarta numele de metode HRP (higher random phase approximation) . Primul formalism de tip HRP, include termeni anharmonici (de notat ca aproximatia RPA este o aproximatie armonica) prin tehnica dezvoltarilor bozonice [4, 6]. O alta metoda de tip HRP este procedeul renormarii ecuatiilor pnQRPA (pnRQRPA),[?], care retine calitatea de a fi o aproximatie armonica dar renormeaza bozonii cu efecte venind de la anumiti termeni ai comutatorilor operatorilor bi-fermionici care nu sunt luati in considerare in formalismul standard pnQRPA.

Intr-o lucrare elaborata de un membru al acestui proiect [3] s-a aratat ca pnRQRPA nu include efectele HRP intr-un mod consistent. Intr-adevar, in Ref.[?] doar doi operatori de cvasiparticule dipolari (operatorul de creare a unei perechi dipolare de doua cvasiparticule si hermitic conjugatul acestuia) sint renormati datorita mediei diferite

de zero a operatorului numar de cvasi-particule pe starea fundamentala QRPA renormata. In Ref.[3], s-a aratat ca avand mediile operatorilor numar de cvasi-particule pentru protoni si neutroni diferite de zero, termenii de imprastiere pot fi de asemenea renormati astfel incit sa satisfaca in final relatii de comutare bozonice. Astfel, un nou operator fononic poate fi definit, care include in plus termenii de imprastiere. Formalismul de renormare rezultat a fost numit "aproximatia fazelor intimplatoare pentru cvasi-particulele proton si neutron, complet renormata (FRpnQRPA)". Ecuatiile FRpnQRPA care determina amplitudinile operatorului fononic precum si energiile asociate, au de doua ori mai multe solutii, $2N_s$, decit ecuatiile standard pnQRPA. Pentru jumătate din aceste solutii ne asteptam ca amplitudinea termenilor de imprastiere sa predomine. In referinta mentionata mai sus am aratat ce contributie vine de la interactia ph si care vine de la interactia pp , in construirea noilor moduri nucleare. S-a aratat ca pentru excitatii care conserva sarcina izotopica (adica se afla in acelasi nucleu cu starea fundamentala, (N,Z)) aceste moduri sint spurioase [?]. Intr-o alta publicatie, termenii de imprastiere au fost tratati intr-un formalism semi-clasic, iar modul armonic definit acolo, descrie miscarea de wobbling a gradelor de libertate ale izospinului total [8].

Merita mentionat ca ambele abordari, pnQRPA si FRpnQRPA violeaza regula de sumare Ikeda (ISR) [?], care spune ca diferenta dintre tariile dezintegrarilor β^- si β^+ pentru un nucleu mama (N,Z) , este egala cu $3(N-Z)$. De remarcat ca in timp ce formalismul dezvoltarilor bozonice supraevalueaza ISR, formalismul pnQRPA o subevalueaza. Din aceasta cauza folosind un formalism de dezvoltari bozonice in termeni de bozoni pnQRPA renormati se obtine un acord cu ISR in limitele a 8%.

In lucrarea pe care o descriem aici rezultatele din Ref.[11] au fost imbunatatite in urmatoarele aspecte: a) intentionand sa descriem in mod unitar procesul dezintegrarii beta dubla in nucleele sferice si deformate, am folosit o baza de functii uniparticule sferice proiectata dint stari deformate, definita in Refs.[12–14]; b) spatiul configuratiilor proton-neutron este despicat in trei subspatii, unul asociat dezintegrarilor β^- , altul la dezintegrarea $beta^+$ si unul generat de excitatiile redundante. c) corelatiile pentru a doua ramura a dezintegrarii beta dubla este determinata in principal de interactia ph de imperechere dipolara. Aplicatiile numerice au fost facute pentru tranzitiile $^{100}Mo \rightarrow ^{100}Ru$ si $^{116}Cd \rightarrow ^{116}Cd$. In cele ce urmeaza vom da cateva detalii necesare pentru o expunere selfconsistenta

Conform Ref.[12] baza sferica deformata este:

$$\Phi_{nlj}^{IM}(d) = \mathcal{N}_{nlj}^I P_{MI}^I [nljI] \Psi_g \equiv \mathcal{N}_{nlj}^I \Psi_{nlj}^{IM}(d), \quad (3.1)$$

unde P_{MK}^I este operatorul de proiectie, $|nljm\rangle$ este functia uniparticula de model in paturi sferic iar Ψ_g este o functie coerenta deformata si axial-simetrice ce descrie starea fundamentala a unui miez deformat in termeni de bozonii cvadrupolari $b_{2\mu}^\dagger, b_{2\mu}$:

$$\Psi_g = exp[d(b_{20}^+ - b_{20})]|0\rangle_b. \quad (3.2)$$

Aici $|0\rangle_b$ este vacuum-ul bozonilor cvadrupolari. Energiile uniparticula, ϵ_{nlj}^I , sunt obtinute prin medierea pe stările proiectate a unui Hamiltonian paricula-miez. Pentru a obtine un spatiu de aceeași dimensiune cu spatiul uniparticula definit de modelul Nilsson norma starilor proiectate este definita astfel:

$$\langle \Phi_\alpha^{IM} | \Phi_\alpha^{IM} \rangle = 1 \implies \sum_M \langle \Phi_\alpha^{IM} | \Phi_\alpha^{IM} \rangle = 2. \quad (3.3)$$

Astfel functia de unda folosita pentru calculul elementelor de matrice trebuie inmultita cu $\sqrt{2/(2I+1)}$.

Admitem ca stările implicate in dezintegrarea beta dubla sunt descrise de un Hamiltonian many-body care poate fi scris in cuantificarea doua asociata bazei uni-particula proiectata, astfel:

$$\begin{aligned} H = & \sum_{\tau,\alpha,I,M} \frac{2}{2I+1} (\epsilon_{\tau\alpha I} - \lambda_{\tau\alpha}) c_{\tau\alpha IM}^\dagger c_{\tau\alpha IM} - \\ & \sum_{\tau,\alpha,I,I'} \frac{G_\tau}{4} P_{\tau\alpha I}^\dagger P_{\tau\alpha I'} + 2\chi \sum_{\substack{pn;p' \\ n';\mu}} \beta_\mu^-(pn) \beta_{-\mu}^+(p'n') (-)^\mu \\ & - \chi_1 \sum_{\substack{pn;p' \\ n';\mu}} (\beta_\mu^-(pn) \beta_\mu^-(p'n') + \beta_{-\mu}^+(p'n') \beta_{-\mu}^+(pn)) (-1)^{1-\mu}, \end{aligned} \quad (3.4)$$

unde $c_{\tau\alpha IM}^\dagger (c_{\tau\alpha IM})$ noteaza operatorul de creere (anihilare) a unui nucleon de tipul $\tau (= p, n)$ in starea Φ_α^{IM} , unde α reprezinta o prescurtare a numerelor cuantice nlj . Hamiltonianul H contine termenul de mean field, interactia de pairing pentru nucleonii identici, interactia proton-neutron de tip Gamow-Teller in canalul ph si interactia de imperechere

ph dipolara, caracterizate de tariile χ si respectiv χ_1 . Trecand la reprezentarea de cvasiparticula ($a_{\tau IM}^\dagger, a_{\tau IM}$) primii doi termeni din H sunt inlocuiti cu termenul de cvasiparticule independente, $\sum E_{\tau I} a_{\tau IM}^\dagger a_{\tau IM}$, in timp ce termenii *two-body* sunt exprimatii in functie de operatorii dipolari:

$$\begin{aligned} A_{1\mu}^\dagger(pn) &= \sum C_{m_p m_n}^{I_p I_n 1} a_{p I_p m_p}^\dagger a_{n I_n m_n}^\dagger, \\ B_{1\mu}^\dagger(pn) &= \sum C_{m_p -m_n}^{I_p I_n 1} a_{p j_p m_p}^\dagger a_{n I_n m_n} (-)^{I_n - m_n}. \end{aligned} \quad (3.5)$$

si conjugatii sai hermitici. In Ref.[8], am aratat ca acesti operatori pot fi renormati astfel:

$$\begin{aligned} [A_{1\mu}(k), A_{1\mu'}^\dagger(k')] &\approx \delta_{k,k'} \delta_{\mu,\mu'} \left[1 - \frac{\hat{N}_n}{\hat{I}_n^2} - \frac{\hat{N}_p}{\hat{I}_p^2} \right], \\ [B_{1\mu}^\dagger(k), A_{1\mu'}^\dagger(k')] &\approx [B_{1\mu}^\dagger(k), A_{1\mu'}(k')] \approx 0, \\ [B_{1\mu}(k), B_{1\mu'}^\dagger(k')] &\approx \delta_{k,k'} \delta_{\mu,\mu'} \left[\frac{\hat{N}_n}{\hat{I}_n^2} - \frac{\hat{N}_p}{\hat{I}_p^2} \right], \quad k = (I_p, I_n). \end{aligned} \quad (3.6)$$

Intr-adevar, notand prin $C_{I_p, I_n}^{(1)}$ and $C_{I_p, I_n}^{(2)}$ mediile membrilor drepti pe vacuumul renormat, operatorii renormati : $\bar{A}_{1\mu}(k) = \frac{1}{\sqrt{C_k^{(1)}}} A_{1\mu}$, $\bar{B}_{1\mu}(k) = \frac{1}{\sqrt{|C_k^{(2)}|}} B_{1\mu}$, satisfac relatii de comutare specific bozonice:

$$\begin{aligned} [\bar{A}_{1\mu}(k), \bar{A}_{1\mu'}^\dagger(k')] &= \delta_{k,k'} \delta_{\mu,\mu'}, \\ [\bar{B}_{1\mu}(k), \bar{B}_{1\mu'}^\dagger(k')] &= \delta_{k,k'} \delta_{\mu,\mu'} f_k, \quad f_k = \text{sign}(C_k^{(2)}). \end{aligned} \quad (3.7)$$

Mai departe acesti operatori sunt folositi pentru definirea operatorului fononic:

$$\begin{aligned} C_{1\mu}^\dagger &= \sum_k [X(k) \bar{A}_{1\mu}^\dagger(k) + Z(k) \bar{D}_{1\mu}^\dagger(k) \\ &- Y(k) \bar{A}_{1-\mu}(k) (-)^{1-\mu} - W(k) \bar{D}_{1-\mu}(k) (-)^{1-\mu}], \end{aligned} \quad (3.8)$$

unde $\bar{D}_{1\mu}^\dagger(k)$ este egal cu $\bar{B}_{1\mu'}^\dagger(k')$ sau $\bar{B}_{1\mu}(k)$ daca f_k este + sau -. Amplitudinile fononului sunt determinate de ecuatiile operatoriale:

$$[H, C_{1\mu}^\dagger] = \omega C_{1\mu}^\dagger \quad [C_{1\mu}, C_{1\mu'}^\dagger] = \delta_{\mu\mu'}. \quad (3.9)$$

Proprietatile acestor ecuatii precum si a solutiilor lor au fost pe larg discutate in lucrarile [8, 9]. Aici mentionam numai unele dintre ele. Starea fundamentala renormata este o superpozitie de componente apartinand nucleelor vecine $(N-1, Z+1)$, $(N+1, Z-1)$, $(N+1, Z+1)$, $(N-1, Z-1)$. Primele doua componente conserva numarul total de nucleoni $(N+Z)$ dar violeaza componenta treia a izospinului, T_3 . Ultimele doua componente violeaza numarul total de nucleoni dar conserva T_3 . De fapt ultimele doua componente sunt acelea care violeaza regula de suma Ikeda (*ISR*). Se poate construi o combinatie liniara a operatorilor de baza $A^\dagger, A, B^\dagger, B$ care sa excite nucleul (N, Z) in nucleele $(N-1, Z+1)$, $(N+1, Z-1)$, $(N+1, Z+1)$, $(N-1, Z-1)$, respectiv. Acesti operatori sunt de fapt imaginile prin transformarea Bogoliubov-Valatin a operatorilor:

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_{1\mu}^\dagger(pn) &= - [c_p^\dagger c_n^\sim]_{1\mu}, \quad \mathcal{A}_{1\mu}(pn) = - [c_p^\dagger c_n^\sim]_{1\mu}^\dagger, \\ \mathbf{A}_{1\mu}^\dagger(pn) &= [c_p^\dagger c_n^\dagger]_{1\mu}, \quad \mathbf{A}_{1\mu}(pn) = [c_p^\dagger c_n^\dagger]_{1\mu}^\dagger. \end{aligned}$$

Ultimii operatori sunt implicati in interactia proton-neutron de tip pp . In aproximatia pnQRPA cu simetria de gauge restaurata, acesti termeni nu contribuie. De fapt acesta este motivul pentru care interactia pp a fost inlocuita cu interactia de imperechere dipolara. In termeni de noii operatori Hamiltonianul model devine:

$$H = \sum_{\tau j m} E_{\tau j} a_{\tau j m}^\dagger a_{\tau j m}$$

$$\begin{aligned}
& + 2\chi \sum_{pn,p'n';\mu} \sigma_{pn;p'n'} \mathcal{A}_{1\mu}^\dagger(pn) \mathcal{A}_{1\mu}(p'n') - \chi_1 \sum_{\substack{pn;p' \\ n';\mu}} \sigma_{pn;p'n'} \\
& \times \left(\mathcal{A}_{1\mu}^\dagger(pn) \mathcal{A}_{1,-\mu}^\dagger(p'n') + \mathcal{A}_{1,-\mu}(p'n') \mathcal{A}_{1\mu}(pn) \right) (-)^{1-\mu}, \\
& \sigma_{pn;p'n'} = \frac{2}{3\hat{I}_n \hat{I}_{n'}} \langle I_p || \sigma || I_n \rangle \langle I_{p'} || \sigma || I_{n'} \rangle.
\end{aligned} \tag{3.10}$$

Aici, $E_{\tau I}$ noteaza energia de cvasiparticula. Ecuatiile de miscare ale operatorilor implicati in constructia operatorului fononic sunt determinate de relatii de comutare:

$$\begin{aligned}
& \left[\mathcal{A}_{1\mu}(pn), \mathcal{A}_{1\mu'}^\dagger(p'n') \right] \approx \delta_{\mu,\mu'} \delta_{j_p,j_{p'}} \delta_{j_n,j_{n'}} \\
& \times \left[U_p^2 - U_n^2 + \frac{U_n^2 - V_n^2}{\hat{j}_n^2} \hat{N}_n - \frac{U_p^2 - V_p^2}{\hat{j}_p^2} \hat{N}_p \right].
\end{aligned} \tag{3.11}$$

Mediind membrul drept pe starea de vacuum $PGFRpnQRPA$, notam rezultatul cu:

$$\begin{aligned}
D_1(pn) & = U_p^2 - U_n^2 + \frac{1}{2I_n + 1} (U_n^2 - V_n^2) \langle \hat{N}_n \rangle \\
& - \frac{1}{2I_p + 1} (U_p^2 - V_p^2) \langle \hat{N}_p \rangle.
\end{aligned} \tag{3.12}$$

Ecuatiile de miscare arata ca energiile de doua cvasiparticule sunt de asemenea renormate:

$$E^{ren}(pn) = E_p(U_p^2 - V_p^2) + E_n(V_n^2 - U_n^2). \tag{3.13}$$

Spatiul starilor pn dipolare, \mathcal{S} , poate fi scris ca suma de trei subspatii:

$$\begin{aligned}
\mathcal{S}_+ & = \{ (p, n) | D_1(pn) > 0, E^{ren}(pn) > 0, \}, \\
\mathcal{S}_- & = \{ (p, n) | D_1(pn) < 0, E^{ren}(pn) < 0, \}, \\
\mathcal{S}_{sp} & = \mathcal{S} - (\mathcal{S}_+ + \mathcal{S}_-).
\end{aligned} \tag{3.14}$$

In \mathcal{S}_+ se definesc operatorii renormati:

$$\bar{\mathcal{A}}_{1\mu}^\dagger(pn) = \frac{1}{\sqrt{D_1(pn)}} \mathcal{A}_{1\mu}^\dagger(pn), \quad \bar{\mathcal{A}}_{1\mu}(pn) = \left(\bar{\mathcal{A}}_{1\mu}^\dagger(pn) \right)^\dagger, \tag{3.15}$$

in timp ce in \mathcal{S}_- operatorii renormati sunt:

$$\bar{\mathcal{F}}_{1\mu}^\dagger(pn) = \frac{1}{\sqrt{|D_1(pn)|}} \mathcal{A}_{1\mu}(pn), \quad \bar{\mathcal{F}}_{1\mu}(pn) = \left(\bar{\mathcal{F}}_{1\mu}^\dagger(pn) \right)^\dagger. \tag{3.16}$$

Tratamentul RPA in \mathcal{S}_{sp} conduce fie la energii nule fie la energii negative. Din acest motiv starile corespunzatoare se numesc spurioase.

Ecuatiile operatoriale:

$$\left[H, \Gamma_{1\mu}^\dagger \right] = \omega \Gamma_{1\mu}^\dagger, \quad \left[\Gamma_{1\mu}, \Gamma_{1\mu'}^\dagger \right] = \delta_{\mu,\mu'}. \tag{3.17}$$

determina amplitudinile unui nou operator fononic:

$$\begin{aligned}
\Gamma_{1\mu}^\dagger & = \sum_k \left[X(k) \bar{\mathcal{A}}_{1\mu}^\dagger(k) + Z(k) \bar{\mathcal{F}}_{1\mu}^\dagger(k) \right. \\
& \left. - Y(k) \bar{\mathcal{A}}_{1-\mu}(k) (-)^{1-\mu} - W(k) \bar{\mathcal{F}}_{1-\mu}(k) (-)^{1-\mu} \right].
\end{aligned} \tag{3.18}$$

Ecuatiile operatoriale mentionate mai sus sunt determinate de relatii de comutare pentru operatorii ce intra in compozitia operatorului fononic:

$$\left[H, \bar{\mathcal{A}}_{1\mu}^\dagger(pn) \right] = E^{ren}(pn) \bar{\mathcal{A}}_{1\mu}^\dagger(pn) + 2\chi \sum_{(p_1 n_1) \in \mathcal{S}_+} \sigma_{pn;p_1 n_1}^{(1)} \bar{\mathcal{A}}_{1\mu}^\dagger(p_1 n_1) - 2\chi_1 \sum_{(p_1 n_1) \in \mathcal{S}_-} \sigma_{pn;p_1 n_1}^{(1)} \bar{\mathcal{F}}_{1\mu}^\dagger(p_1 n_1)$$

$$\begin{aligned}
& + 2\chi \sum_{(p_1 n_1) \in \mathcal{S}_-} \sigma_{pn;p_1 n_1}^{(1)} \bar{\mathcal{F}}_{1-\mu}(-1)^{1-\mu}(p_1 n_1) - 2\chi_1 \sum_{(p_1 n_1) \in \mathcal{S}_+} \sigma_{pn;p_1 n_1}^{(1)} \bar{\mathcal{A}}_{1-\mu}(-1)^{1-\mu}(p_1 n_1), \\
[H, \bar{\mathcal{F}}_{1\mu}^\dagger(pn)] & = |E^{ren}(pn)| \bar{\mathcal{F}}_{1\mu}^\dagger(pn) + 2\chi \sum_{(p_1 n_1) \in \mathcal{S}_-} \sigma_{pn;p_1 n_1}^{(1)} \bar{\mathcal{F}}_{1\mu}^\dagger(p_1 n_1) - 2\chi_1 \sum_{(p_1 n_1) \in \mathcal{S}_+} \sigma_{pn;p_1 n_1}^{(1)} \bar{\mathcal{A}}_{1\mu}^\dagger(p_1 n_1) \\
& + 2\chi \sum_{(p_1 n_1) \in \mathcal{S}_+} \sigma_{pn;p_1 n_1}^{(1)} \bar{\mathcal{A}}_{1-\mu}(-1)^{1-\mu}(p_1 n_1) - 2\chi_1 \sum_{(p_1 n_1) \in \mathcal{S}_-} \sigma_{pn;p_1 n_1}^{(1)} \bar{\mathcal{F}}_{1-\mu}(p_1 n_1)(-1)^{1-\mu}, \\
[H, \bar{\mathcal{A}}_{1\mu}(pn)] & = -E^{ren}(pn) \bar{\mathcal{A}}_{1\mu}(pn) - 2\chi \sum_{(p_1 n_1) \in \mathcal{S}_+} \sigma_{pn;p_1 n_1}^{(1)} \bar{\mathcal{A}}_{1\mu}(p_1 n_1) + 2\chi_1 \sum_{(p_1 n_1) \in \mathcal{S}_-} \sigma_{pn;p_1 n_1}^{(1)} \bar{\mathcal{F}}_{1\mu}(p_1 n_1) \\
& - 2\chi \sum_{(p_1 n_1) \in \mathcal{S}_-} \sigma_{pn;p_1 n_1}^{(1)} \bar{\mathcal{F}}_{1,-\mu}^\dagger(p_1 n_1)(-1)^{1-\mu} + 2\chi_1 \sum_{(p_1 n_1) \in \mathcal{S}_+} \sigma_{pn;p_1 n_1}^{(1)} \bar{\mathcal{A}}_{1-\mu}^\dagger(p_1 n_1)(-1)^{1-\mu}, \\
[H, \bar{\mathcal{F}}_{1\mu}(pn)] & = -|E^{ren}(pn)| \bar{\mathcal{F}}_{1\mu}(pn) - 2\chi \sum_{(p_1 n_1) \in \mathcal{S}_-} \sigma_{pn;p_1 n_1}^{(1)} \bar{\mathcal{F}}_{1\mu}(p_1 n_1) + 2\chi_1 \sum_{(p_1 n_1) \in \mathcal{S}_+} \sigma_{pn;p_1 n_1}^{(1)} \bar{\mathcal{A}}_{1\mu}(p_1 n_1) \\
& - 2\chi \sum_{(p_1 n_1) \in \mathcal{S}_+} \sigma_{pn;p_1 n_1}^{(1)} \bar{\mathcal{A}}_{1,-\mu}^\dagger(p_1 n_1)(-1)^{1-\mu} + 2\chi_1 \sum_{(p_1 n_1) \in \mathcal{S}_-} \sigma_{pn;p_1 n_1}^{(1)} \bar{\mathcal{F}}_{1-\mu}^\dagger(p_1 n_1)(-1)^{1-\mu},
\end{aligned} \tag{3.19}$$

unde:

$$\sigma_{pn;p_1 n_1}^{(1)} = \frac{2}{\hat{1}I_n} \langle p || \sigma || n \rangle |D_1(pn)|^{1/2} \frac{2}{\hat{1}I_{n_1}} \langle p_1 || \sigma || n_1 \rangle |D_1(p_1 n_1)|^{1/2} \equiv T_{pn} T_{p_1 n_1}. \tag{3.20}$$

Pentru a rezolva ecuatiile pentru amplitudinile fononice este necesara cunoasterea factorilor $D_1(pn)$ si prin urmare a cunoasterea mediilor operatorilor numar de cvasiparticule, \hat{N}_p si \hat{N}_n . Acestia sunt scrisi mai intai in reprezentarea de particule si dupa aceea termenii ce conserva numarul de particule sunt exprimati ca combinatii liniare de $\mathcal{A}^\dagger \mathcal{A}$ si de $\mathcal{F}^\dagger \mathcal{F}$ alesi astfel ca relatiile sale de comutare cu $\mathcal{A}^\dagger, \mathcal{A}$ si $\mathcal{F}^\dagger, \mathcal{F}$ sa fie conservate. Rezultatul final este:

$$\begin{aligned}
\langle \hat{N}_p \rangle & = V_p^2 (2I_p + 1) + 3(U_p^2 - V_p^2) \left(\sum_{\substack{n',k \\ (p,n') \in \mathcal{S}_+}} D_1(p, n') \right. \\
& \times (Y_k(p, n'))^2 - \sum_{\substack{n',k \\ (p,n') \in \mathcal{S}_-}} D_1(p, n') (W_k(p, n'))^2 \Big), \\
\langle \hat{N}_n \rangle & = V_n^2 (2I_n + 1) + 3(U_n^2 - V_n^2) \left(\sum_{\substack{p',k \\ (p',n) \in \mathcal{S}_+}} D_1(p', n) \right. \\
& \times (Y_k(p', n))^2 - \sum_{\substack{p',k \\ (p',n) \in \mathcal{S}_-}} D_1(p', n) (W_k(p', n))^2 \Big).
\end{aligned} \tag{3.21}$$

Ecuatiile pnQRPA si (3.21) trebuiesc rezolvate iterativ. Observam ca folosind reprezentarea de cvasiparticule pentru operatorii de baza $\mathcal{A}_{1\mu}^\dagger, \mathcal{F}_{1\mu}^\dagger, \mathcal{A}_{1,-\mu}(-1)^{1-\mu}, \mathcal{F}_{1,-\mu}(-1)^{1-\mu}$, se obtine faptul ca $\Gamma_{1\mu}^\dagger$ contine termenii de imprastiere. Astfel, formalismul de fata este intr-adevar un formalism *PGFRpnQRPA* (projected gauge of a fully renormalized proton-neutron quasiparticle random phase approximation)

De remarcat ca ecuatiile *GPFRpnQRPA* pot fi scrise sub forma de ecuatii de dispersie compacte.

$$\begin{aligned}
& 4(\chi^2 - \chi_1^2) [\mathcal{R}_-^+ - \mathcal{R}_+^-] [\mathcal{R}_+^+ - \mathcal{R}_-^-] \\
& + 4\chi \left[\sum_{\mathcal{S}_+} \frac{T_{pn}^2 E^{ren}(pn)}{\omega^2 - (E^{ren}(pn))^2} + \sum_{\mathcal{S}_-} \frac{T_{pn}^2 |E^{ren}(pn)|}{\omega^2 - |E^{ren}(pn)|^2} \right] = 1,
\end{aligned} \tag{3.22}$$

cu notatiile:

$$\mathcal{R}_\pm^\pm = \sum_{(p_1 n_1) \in \mathcal{S}_\pm} \frac{T_{p_1 n_1}^2}{\omega \pm E^{ren}(p_1 n_1)}, \quad \mathcal{R}_\pm^\mp = \sum_{(p_1 n_1) \in \mathcal{S}_\mp} \frac{T_{p_1 n_1}^2}{\omega \pm |E^{ren}(p_1 n_1)|}. \tag{3.23}$$

Amplitudinile fononice pot fi de asemenea determinate analitic.

$$\begin{aligned} X(pn) &= 2\frac{T_{pn}^2}{\omega - E^{ren}(pn)}(\chi\mathcal{X} - \chi_1\mathcal{Y}), \quad W(pn) = -2\frac{T_{pn}^2}{\omega + |E^{ren}(pn)|}(\chi\mathcal{X} - \chi_1\mathcal{Y}), \\ Z(pn) &= 2\chi\frac{T_{pn}^2}{\omega - |E^{ren}(pn)|}(\chi\mathcal{Y} - \chi_1\mathcal{X}), \quad Y(pn) = -2\chi\frac{T_{pn}^2}{\omega + E^{ren}(pn)}(\chi\mathcal{Y} - \chi_1\mathcal{X}). \end{aligned} \quad (3.24)$$

Factorii constanti \mathcal{X} si \mathcal{Y} au expresiile:

$$\begin{aligned} \mathcal{X} &= \sum_{S_+} T_{p_1 n_1} X(p_1 n_1) + \sum_{S_-} T_{p_1 n_1} W(p_1 n_1), \\ \mathcal{Y} &= \sum_{S_+} T_{p_1 n_1} Y(p_1 n_1) + \sum_{S_-} T_{p_1 n_1} Z(p_1 n_1). \end{aligned} \quad (3.25)$$

Cei doi factori sunt legati prin ecuatia:

$$\mathcal{Y} = \frac{1}{\chi_1} \left[\chi - \frac{1}{2(\mathcal{R}_-^+ - \mathcal{R}_+^-)} \right] \mathcal{X} \equiv \mathcal{U}\mathcal{X}. \quad (3.26)$$

In final constanta \mathcal{X} este determinata din conditia de normare a operatorului fononic. Rezultatul este:

$$\begin{aligned} \mathcal{X}^{-2} &= 4 \left[\sum_{S_+} \frac{T_{pn}^2}{(\omega - E^{ren}(pn))^2} - \sum_{S_-} \frac{T_{pn}^2}{(\omega + |E^{ren}(pn)|)^2} \right] (\chi - \chi_1\mathcal{U})^2 \\ &+ 4 \left[\sum_{S_-} \frac{T_{pn}^2}{(\omega - |E^{ren}(pn)|)^2} - \sum_{S_+} \frac{T_{pn}^2}{(\omega + E^{ren}(pn))^2} \right] (\chi_1 - \chi\mathcal{U})^2. \end{aligned} \quad (3.27)$$

Avand \mathcal{X} si \mathcal{Y} amplitudinile fononice sunt determinate de ecuatiile 3.24.

Formalismul descris mai sus a fost aplicat pentru procesul $2\nu\beta\beta$.Daca energia carata de leptoni in starea intermediara este aproximata prin suma dintre energia electronilor emisi si jumătate din caldura de reactie a procesului $\Delta E = \frac{1}{2}Q_{\beta\beta} + m_e c^2$, timpul de injumatatire pentru procesul $2\nu\beta\beta$ poate fi exprimat astfel: $(T_{1/2}^{2\nu\beta\beta})^{-1} = F|M_{GT}(0_i^+ \rightarrow 0_f^+)|^2$, unde F este o integrala pe spatiul fazelor, independenta de structura nucleara iar M_{GT} este amplitudinea de tranzitie Gamow-Teller, avand expresia :

$$M_{GT} = \sqrt{3} \sum_{k,k'} \frac{i\langle 0|\beta_i^+|1_k\rangle_{ii}\langle 1_k|1_{k'}\rangle_{ff}\langle 1_{k'}|\beta_f^+|0\rangle_f}{E_k + \Delta E + E_{1+}}. \quad (3.28)$$

Numitorul din relatia de mai sus consta din trei termeni: a) ΔE , definit deja, b) valoarea media a energiei k furnizata de ecuatiile $PGFRpnQRPA$, normata la valoarea particulara ce corespunde la $k=1$, si c) energia experimentală a celei mai joase stari 1^+ . In Ec.(3.28), s-a folosit conventia Rose pentru elementul de matrice redus.

Pentru ilustrare formalismul a fost folosit pentru descrierea tranzitiilor $^{100}\text{Mo} \rightarrow ^{100}\text{Ru}$ si $^{116}\text{Cd} \rightarrow ^{116}\text{Sn}$. Pentru aceste cazuri corectiile energetice in Ec.(3.28) sunt:

$$\begin{aligned} \Delta E(^{100}\text{Mo}) &= 2.026\text{MeV}, \quad E_{1+}(^{100}\text{Tc}) = 0.0\text{MeV}. \\ \Delta E(^{116}\text{Cd}) &= 1.916\text{MeV}, \quad E_{1+}(^{116}\text{In}) = 0.0\text{MeV}. \end{aligned} \quad (3.29)$$

In calculele noastre miezul este definit de $(Z, N) = (20, 20)$. Indiciind starile conform ordonarii lor energetice, spatiul uniparticula este definit de intervalele de indici [11, 55]. si respectiv [11, 65]. Dimensiunile spatiilor $(\mathcal{S}_+, \mathcal{S}_-, \mathcal{S})$ sunt (137, 1, 163) si (139, 2, 175) pentru ^{100}Mo si ^{100}Ru , in timp ce pentru nucleele mama si fiica ale tranzitiei $^{116}\text{Cd} \rightarrow ^{116}\text{Sn}$, acestea sunt (189, 0, 219) si respectiv (182, 4, 219). Pentru ambele procese considerate aici sunt necesare cate 8 iteratii pentru a se atinge convergenta. Parametrii folositi in calculul amplitudinei de tranzitie si a timpilor de injumatatire sunt prezentati in Tabel I. Mai intai au fost calculate tariilor dezintegrarilor beta simple pentru nucleele mama si fiica. Acestea au fost reprezentate grafic in figura alaturata. Dupa aceea au fost calculate amplitudinea M_{GT} si timpul de injumatatire $T_{1/2}$. Acestea sunt date in Tabelul II.

Calculand intai amplitudinea de tranzitie GT si apoi integrala Fermi cu $G_A = 1.254$, ca in Ref.[2], am obtinut rezultatele din Table II.

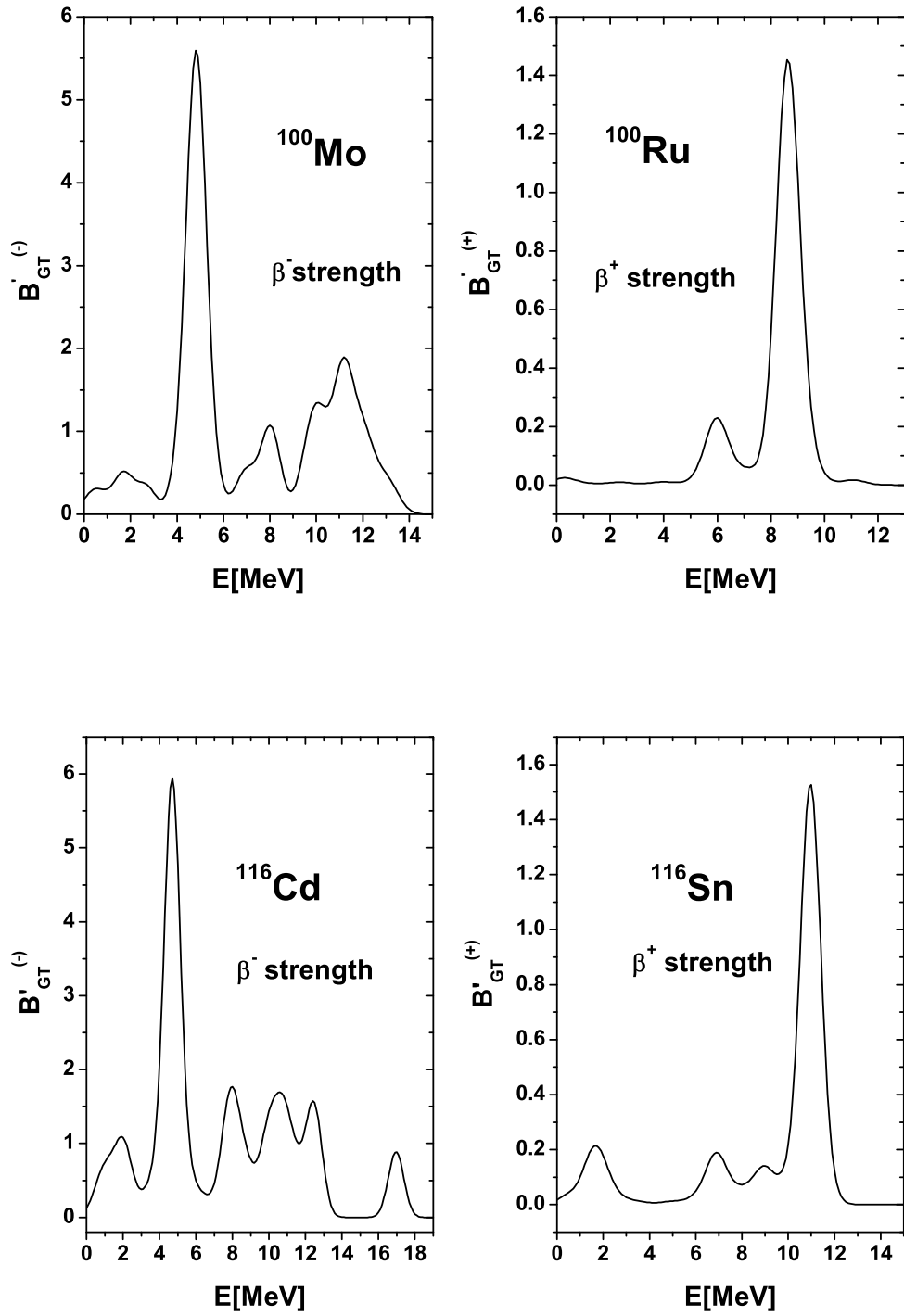


FIG. 5: $1/3$ din taria tranziției β^- pentru nucleul mama, ^{100}Mo (upper-left panel) și ^{116}Cd (bottom-left), și $1/3$ din taria tranziției β^+ pentru nucleul fiica, ^{100}Ru (upper-right panel) și ^{116}Sn (bottom-right panel), foldat cu o Gaussiană lățimea de 1 MeV, sunt prezentate ca funcții de energiile furnizate de formalismul prezent. Observăm că pentru un nucleu dat diferența $B'_{GT}^{(-)} - B'_{GT}^{(+)}$ trebuie comparată cu regula de sumă redusă *ISR* adică, $N - Z$.

	d	k	G_p [MeV]	G_n [MeV]	ISR	$\log ft$	χ [MeV]	χ_1 [MeV]
^{100}Mo	-1.5	5.5	0.18	0.288	15.995	$^{100}\text{Mo} \xrightarrow{\beta^+/EC} ^{100}\text{Tc}$ $4.45^{+0.18}_{-0.30}$	0.232	1.406
^{100}Ru	-0.6	5.5	0.15	0.255	12.002	$^{100}\text{Tc} \xrightarrow{\beta^-} ^{100}\text{Ru}$ 4.66 4.12	0.232	1.406
^{116}Cd	-1.8	12.	0.15	0.282	20.07	$^{116}\text{Cd} \xrightarrow{\beta^+/EC} ^{116}\text{In}$ $4.39^{+0.1}_{-0.15}$	0.2	1.308
^{116}Sn	-1.2	12.	0.12	0.2458	16.007	$^{116}\text{In} \xrightarrow{\beta^-} ^{116}\text{Sn}$ 4.662 4.08	0.2	1.308

TABLE VII: Parametrii implicati in amplitudinea de tranzitie precum si valorile $\log ft$ caracterizand tranzitiile β^+/EC si β_- ale ^{100}Tc si respectiv ^{116}In . Rezultatele pentru $\log ft$, date in coloana din dreapta, sunt comparate cu datele experimentale listate in coloana stanga.

	M_{GT} [MeV $^{-1}$]	$T_{1/2}$ [yr]				
		present	Exp.	Ref.[18]	Refs. [19,20]	Refs.[21,22,23]
$^{100}\text{Mo} \rightarrow ^{100}\text{Ru}$	0.221	$8.79 \cdot 10^{18}$	$(8.0 \pm 0.16) \cdot 10^{18}$ ^{a)} $(0.115^{+0.03}_{-0.02}) \cdot 10^{20}$ ^{b)} $0.033^{+0.02}_{-0.01} \cdot 10^{20}$ ^{c,d)}	$4.4 \cdot 10^{18}$	$2.9 \cdot 10^{18}$ ³⁾	$1.8 \cdot 10^{18}$ ¹⁾
$^{116}\text{Cd} \rightarrow ^{116}\text{Sn}$	0.15998	$2.02 \cdot 10^{19}$	$(3.2 \pm 0.3) \cdot 10^{19}$ ^{e)}	$3.86 \cdot 10^{19}$	$5.1 \cdot 10^{19}$ ⁵⁾	$8.3 \cdot 10^{18}$ $3.75 \cdot 10^{19}$ ⁶⁾

TABLE VIII: Amplitudinea de tranzitie Gamow-Teller pentru dezintegrarea $2\nu\beta\beta$, in unitati MeV $^{-1}$, si timpul de injumatatire corespunzator ($T_{1/2}$), in unitati yr, sunt listate pentru doua tranzitii. Timpii de injumatatire experimentali pentru ^{100}Mo (^{a)} Ref.[15], ^{b)} Ref.[16] ^{c)} Ref.[17], ^{d)} Ref.[18]), si ^{116}Cd (^{e)} Ref.[30]), sunt de asemenea listati. In coloana 2-a sunt date rezultatele raportate in Refs. [19] ³⁾ si [20] ⁵⁾. Se face comparatia de asemenea cu rezultatele teoretice din ultima coloana raportate in Refs.[21] (¹⁾), [22] (unmarked) si [23] (⁶⁾).

Nucleele intermediare impar-impare, ^{100}Tc si ^{116}In , pot efectua tranzitia β^+/EC , alimentand ^{100}Mo si respectiv ^{116}Cd , sau tranzitia β^- catre ^{100}Ru si respectiv ^{116}Sn . Valorile $\log ft$ masurate pentru aceste tranzitii sunt date in tabelul 1. Valorile teoretice au fost obtinute folosind expresia:

$$ft_{\mp} = \frac{6160}{[l \langle 1_1 || \beta^{\pm} || 0 \rangle_l g_A]^2}, \quad l = i, f. \quad (3.30)$$

Pentru a lua in considerare starile departate energetic responsabile pentru asa numitul "missing strength" in structura rezonantei gigant GT [2], am ales $g_A = 1.0$. Aceste doua tranzitii simple au fost folosite pentru a fiza tariile celor doua interactii dipol-dipol.

Elementele de matrice implicate in tranzitia beta dubla a ^{100}Mo si a ^{116}Cd , au fost investigate experimental in Ref.[30]. Primul element de matrice asociat tranzitiei $0_i^+ \rightarrow 1^+$, a fost obtinut din rectiile $^{100}\text{Mo}(^3\text{He}, t)^{100}\text{Tc}$ si $^{116}\text{Cd}(^3\text{He}, t)^{116}\text{In}$ respectiv, la unghiuri $\theta_t \approx 0^0$, in timp ce elementele de matrice $1^+ \rightarrow 0_f^+$ au fost deduse din valorile cunoscute pentru $\log ft$. Pentru ambele cazuri taria primei tranzitii β^- prezinta doua maxime, unul larg numit GTR1 in timp ce al doilea mai putin extins situat la o energie de excitatie mai mica si numit GTR2. Energiile centrozilor asociati la cele doua rezonante precum si tariile tranzitiilor asociate fiecaruia dintre ele sunt trecute in Table IV.

Rezumand putem afirma ca restaurand simetria de gauge din formalismul FRpnQRPA, se obtine o descriere realista a ratei de tranzitie si mai mult, ISR este satisfacuta. Interactia proton-neutron de tip de imperechere ph dipolara

Nucleus	^{100}Mo	^{116}Cd
$0.6 \sum B(GT)_-$	28.96	36.2
$\sum B(GT)_-^{Exp}$	26.69	32.7

TABLE IX: Taria sumata pentru tranzitia β^- (second row) este comparata cu vaorile teoretice diminuate cu un factor 0.6, pentru cei doi beta dubla emitori considerati aici.

Excited states	¹⁰⁰ Tc				¹¹⁶ In			
	Ex[MeV]		B(GT)		Ex[MeV]		B(GT)	
	Exp.	Th.	Exp.	Th.	Exp.	Th.	Exp.	Th.
GTR1	13.3	11.16	23.1± 3.8	15.63	14.5	12.37	25.8± 4.1	18.9
GTR2	8.0	8.05	2.9±0.5	5.87	8.9	7.87	6.6±1.1	7.2

TABLE X: The strengths B(GT) of the single β^- transitions from the mother nuclei to the intermediate odd-odd nuclei excited in the states of the two components, GTR1 and GTR2, of the GT giant resonance are listed. The experimental (Exp.) and theoretical (Th.) values for the centroid energies of the two resonances are also specified.

este responsabila de corelatiile din starea fundamentala. Intr-o masura mai mica aceste corelatii sunt de asemenea determinate de amplitudinile \mathcal{F} ale operatorului fononic. Proiecta de gauge este esentiala pentru satisfacerea *ISR*. Proiectia de gauge din *pnQRPA* a fost studiata anterior in Ref.[29] unde *ISR* este oricum satisfacuta. Din aceasta cauza acolo efectul proiectiei este mic.

Rezultatele descrise mai sus au facut obiectul a doua lucrari intitulate:

1)**Description of the $2\nu\nu\beta\beta$ decay within a fully renormalized pnQRPA approach with a restored gauge symmetry**, C. M. Raduta, A. A. Raduta, Phys. Rev. C, submitted.

2)**Description of the $2\nu\nu\beta\beta$ decay within a fully renormalized pnQRPA approach with a restored gauge symmetry**, C. M. Raduta, A. A. Raduta, Jour. Phys. G: Nucl. Part. Phys., submitted.

-
- [1] W.Haxton *et al.*, Prog. Part. Nucl. Phys.12 (1984)409.
[2] J. Suhonen and O. Civitarese, Phys.Rep. **300** (1998) 123.
[3] A. Faessler, Prog. Part. Nucl. Phys. **21** (1988) 183.
[4] A. A. Raduta, Prog. Part. Nucl. Phys. **48** (2002) 233.
[5] P. Vogel *et al.*, Phys. Rev. Lett. **57** (1986) 3148.
[6] A.A.Raduta *et al.*, Nucl. Phys. **A534** (1991) 149.
[7] J.Toivanen,J. Suhonen,Phys. Rev. Lett.**75** (1995) 410.
[8] A. A. Raduta *et al.*, Nucl. Phys. **A 634** (1998) 497.
[9] A. A. Raduta *et al.*, Nucl. Phys. **A 678** (2000) 382.
[10] A. A. Raduta *et al.*, Jour. Phys. **G 26** (2000) 793.
[11] C. M. Raduta and A. A. Raduta, Nucl. Phys. **A 756** 153.
[12] A. A. Raduta *et al.*, Nucl. Phys.**A 564** (1993) 185.
[13] A. A. Raduta *et al.*, Phys. Rev. **C69**(2004) 064321.
[14] A. A. Raduta *et al.*, Phys. Rev. **C 71** (2005) 164.
[15] S.Elliot, P.Vogel, Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. **52**(2002)115.
[16] H. Ejiri *et al.*, Phys. Lett. **B258** (1991) 17.
[17] T. Kirsten *et al.*, Proceedings of the International Symposium on Nuclear Beta Decays and Neutrino, T. Kotani, H. Ejiri, E. Takasugi (eds.)p. 81, Singapore, World Scientific 1986.
[18] S. I. Vasil'ev *et al.*, JETP Lett. **51** (1990) 622.
[19] J. Suhonen and O. Civitarese, Phys. Rev. **C49** (1994) 3055.
[20] M. Aunola, J. Suhonen, Nucl. Phys. **A 602** (1996) 133.
[21] H. V. Klapdor and K. Grotz, Phys. Lett. **142 B** (1984) 323.
[22] K. Grotz and H. V. Klapdor, Phys. Lett. **157 B** (1985) 242.
[23] M. Hirsch, X. R. Wu, H. V. Klapdor-Kleingrothaus, Ching Cheng-rui, Ho Tso-hsui, Phys. Rep. **242** (1994) 403.
[29] O. Civitarese *et al.*, Nucl. Phys. **A 524** (1991) 404.
[30] H. Akimune *et al.* Phys. Lett. **B 394** (1997) 23.
[26] J. Toivanen and J. Suhonen, Phys. Rev. C **55** (1997) 2314.
[27] Vadim Rodin and Amand Faessler, Phys. Rev. C **66** (2002) 051393(R).
[28] L. Pacearescu, V. Rodin, F. Simkovic and Amand Faessler, Phys. Rev. C **68**, (2003) 064310.
[29] O. Civitarese *et al.*, Nucl. Phys. **A 524** (1991) 404.
[30] H. Akimune *et al.*,Phys. Lett. **B 394** (1997) 23.